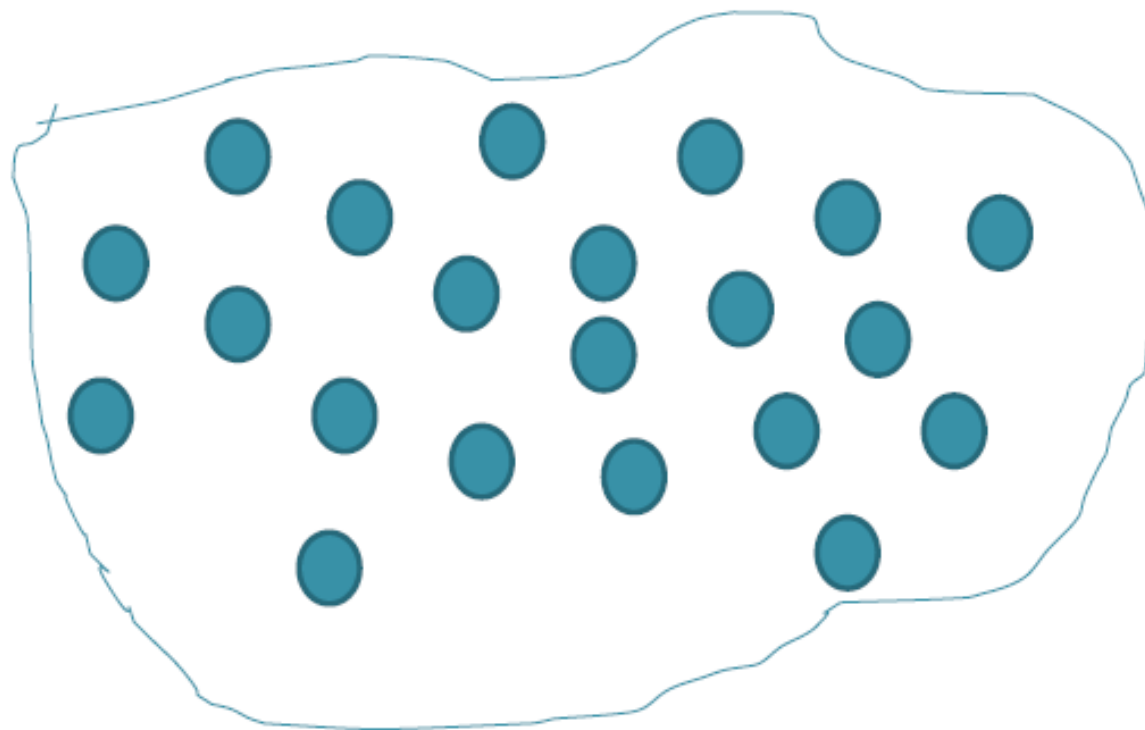


Podobieństwo i proporcja

dr Bogdan Staruch

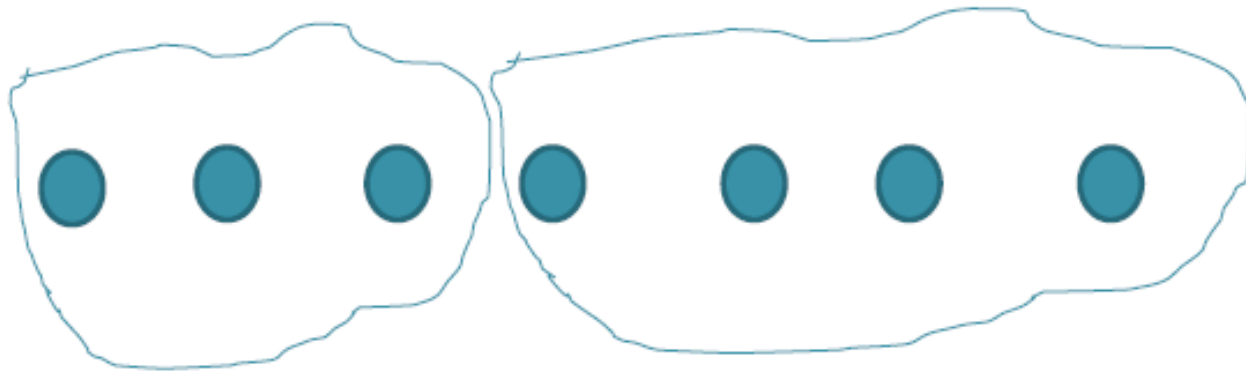
Proporcje

- Jak podzielić 21 na dwie części w proporcji 3 do 4?



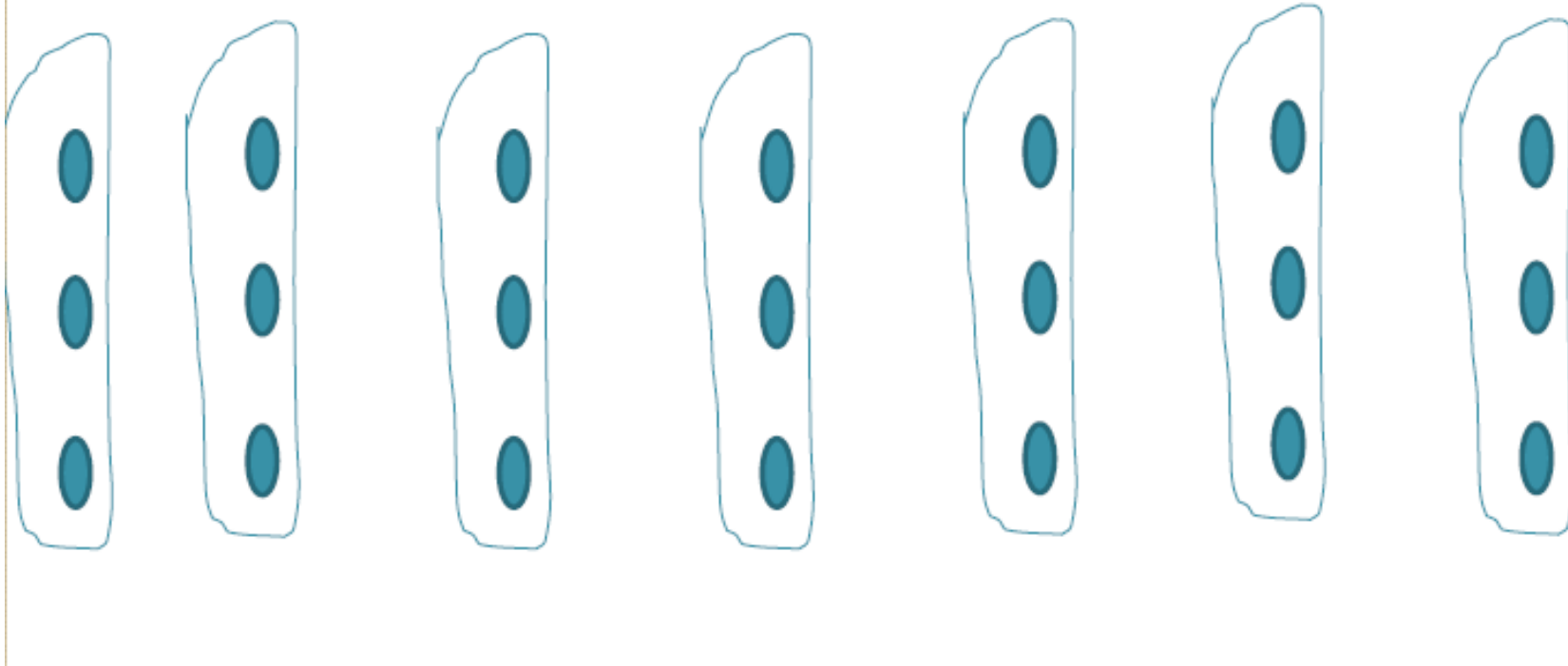
Proporcje

$$3 + 4 = 7$$

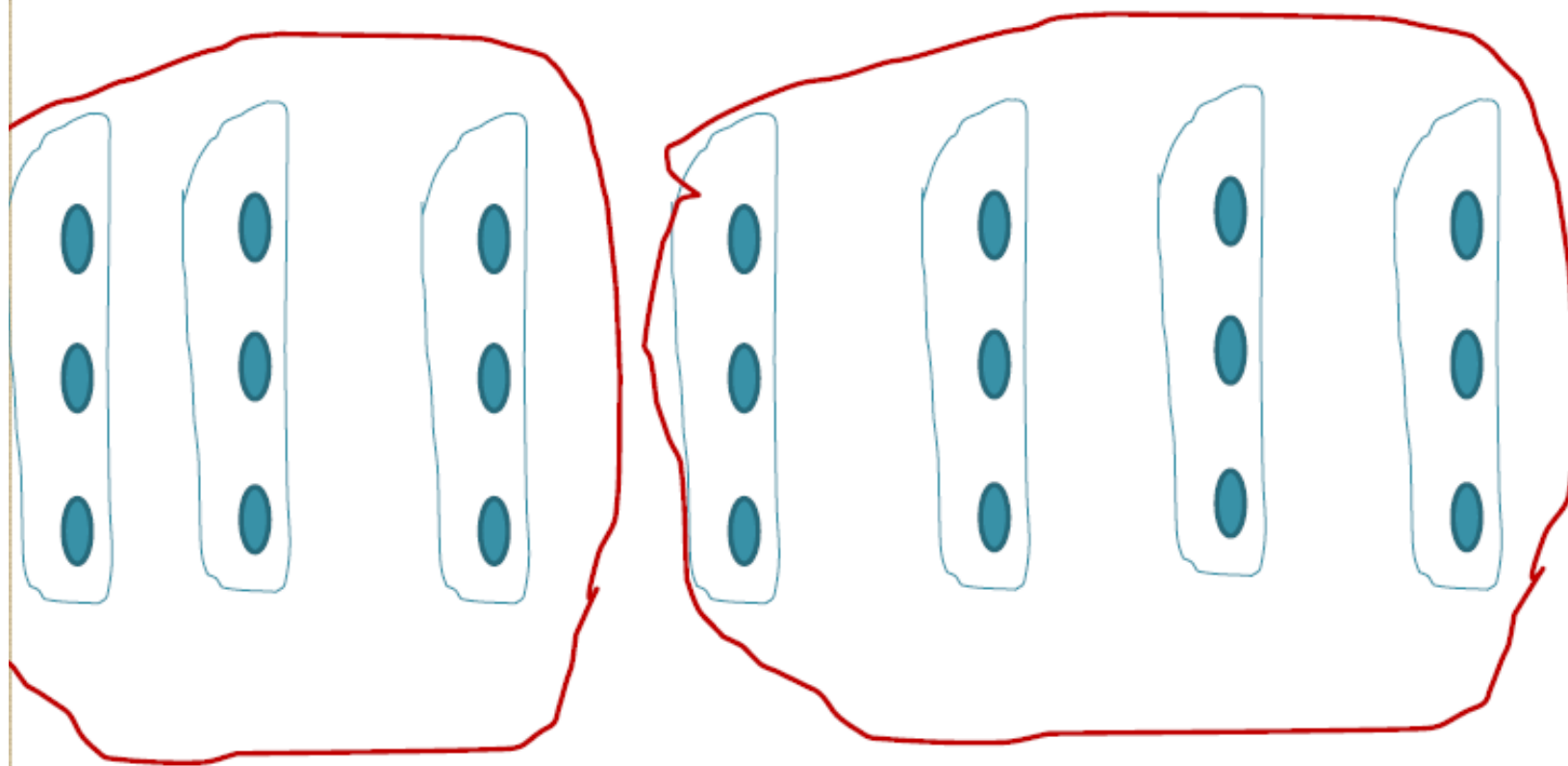


Proporcje

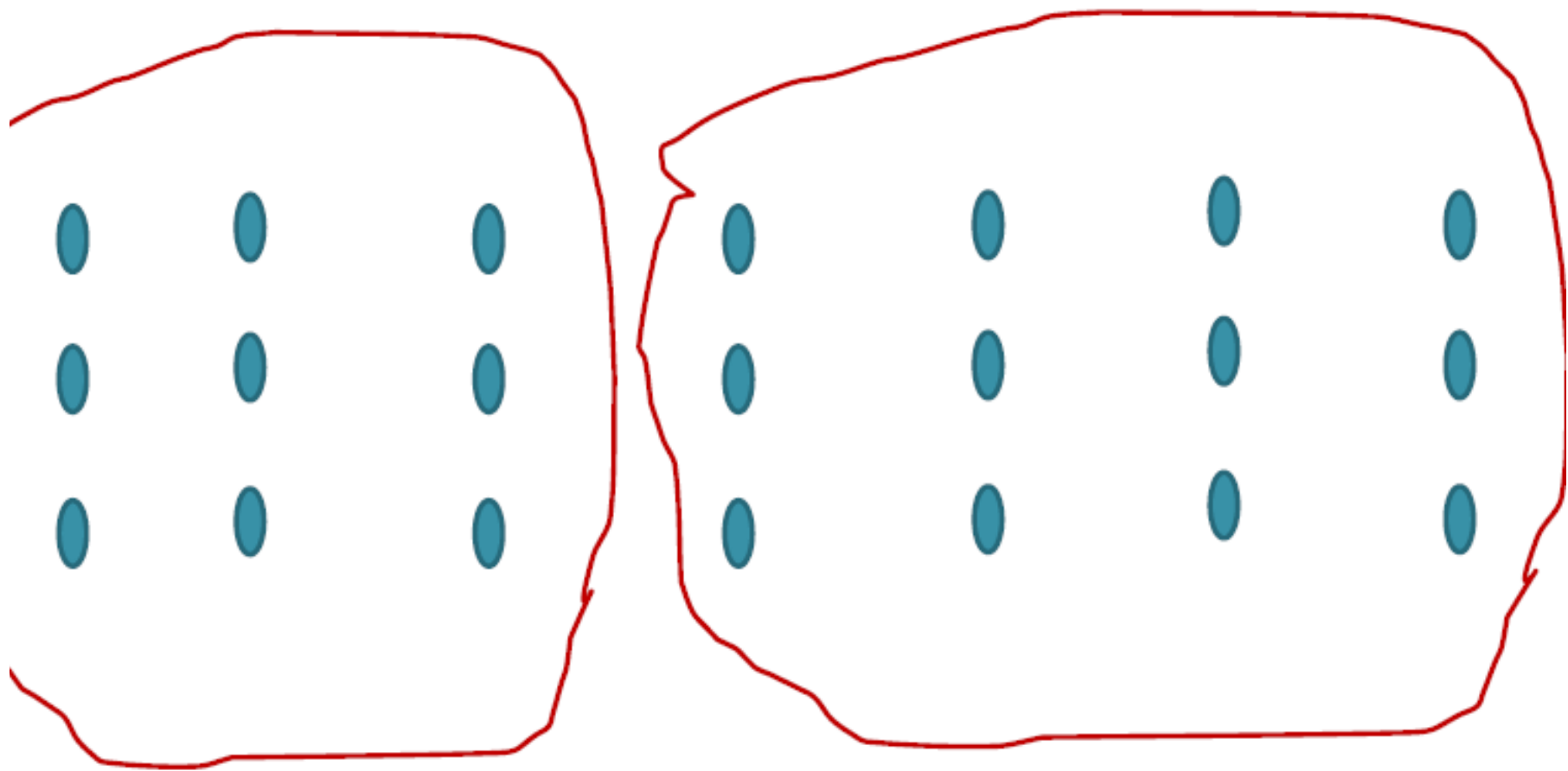
- Podzielimy 21 na 7 równych grup



- Teraz widać, że dzielimy już nie 21 kwadracików, a 7 grup..



- Trzy grupy dają nam 9, a 4 grupy - 12..



ZADANIE

- Podziel 20 centymetrową linijkę na dwie części w stosunku 2 do 3.

ZADANIE

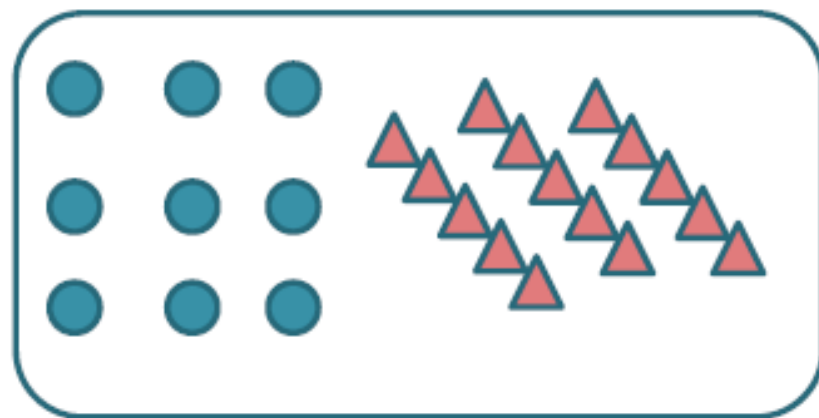
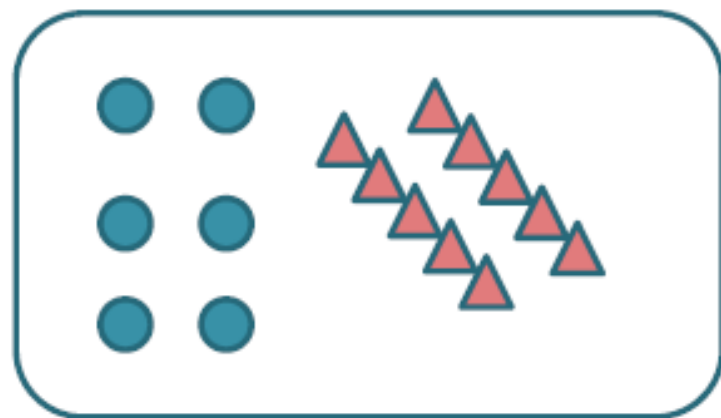
- Podziel 20 centymetrową linijkę na dwie części w stosunku 2 do 3.

Rozwiązanie:

- Dzielimy (w myśli) 20 cm na 5 równych kawałków po 4 cm, a następnie bierzemy $2 \times 4 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$ i $3 \times 4 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$.
- Tak więc podział powinien nastąpić 8 cm od jednego końca (a 12 cm od drugiego końca) linijki.

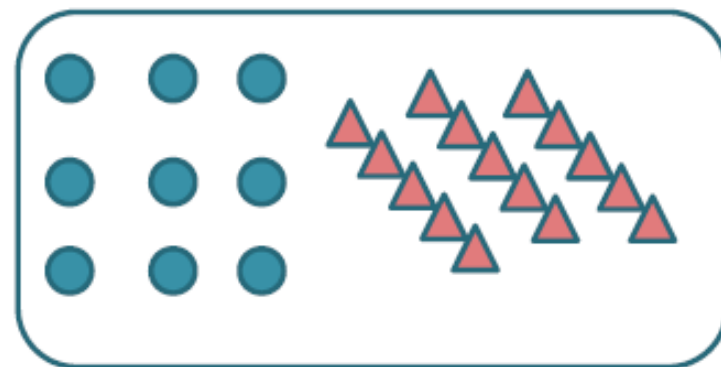
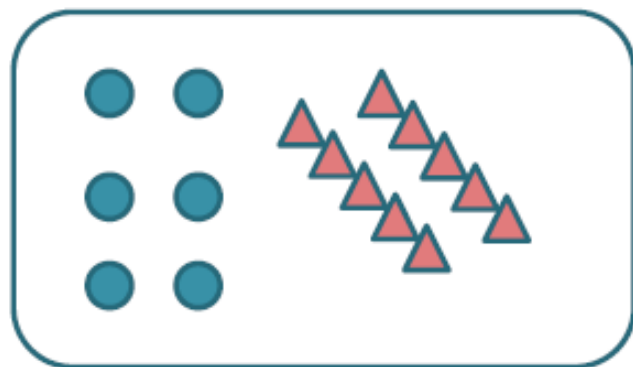
WSPÓŁCZYNNIK PROPORCJONALNOŚCI

- W obu ramkach (tej po lewej stronie i tej po prawej stronie) proporcja liczby kółek do liczby trójkątów jest taka sama, bo $6:10 = 9:15$.
- Można wyrazić tę proporcję jeszcze prościej: $3:5$

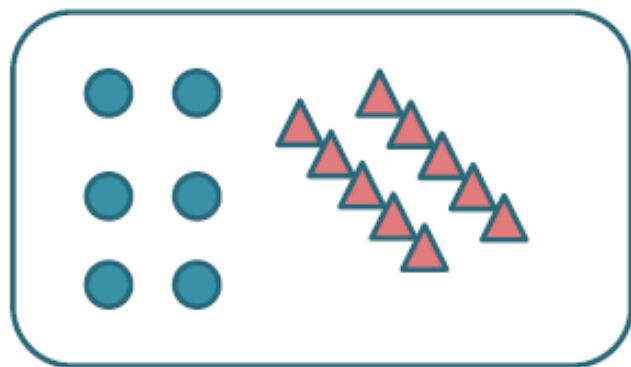


WSPÓŁCZYNNIK PROPORCJONALNOŚCI

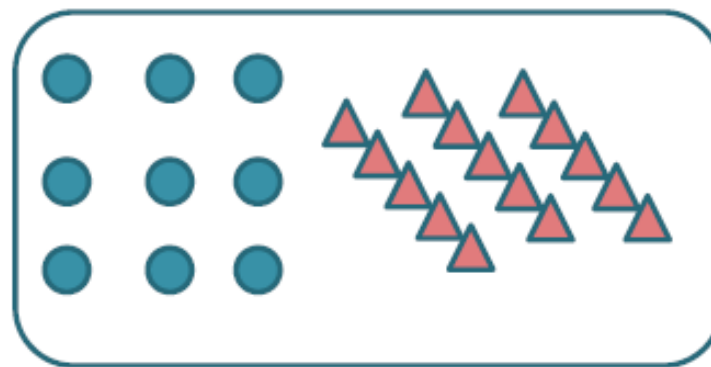
- Stosunek liczby kótek w drugiej ramce do liczby kótek w pierwszej ramce jest taki sam, jak stosunek liczby trójkątów w tych ramkach
 $9:6 = 15:10 = 1,5$
- **Współczynnik proporcjonalności** odpowiadających sobie liczb w drugiej ramce do liczb w pierwszej ramce wynosi półtora.



Obliczenia algebraiczne

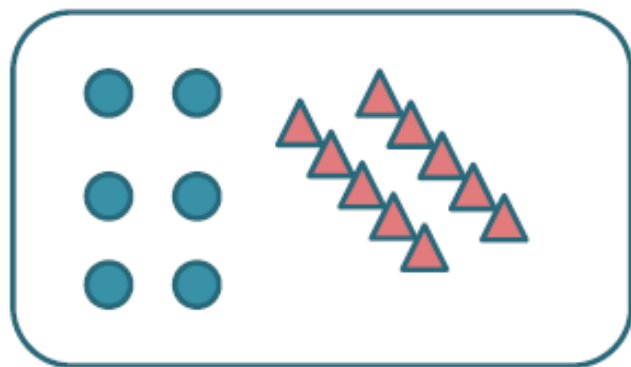


$$6k+10t$$

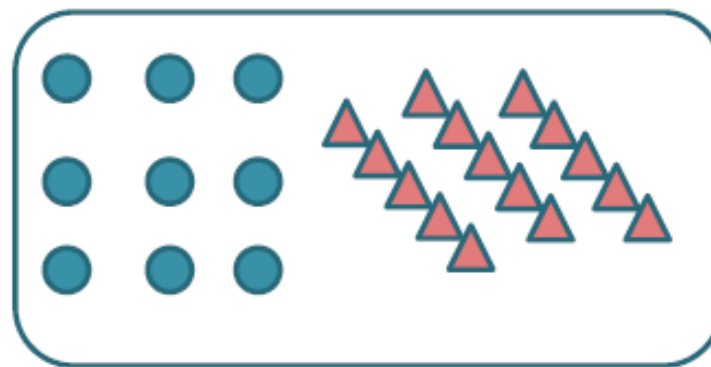


$$9k+15t$$

Obliczenia algebraiczne



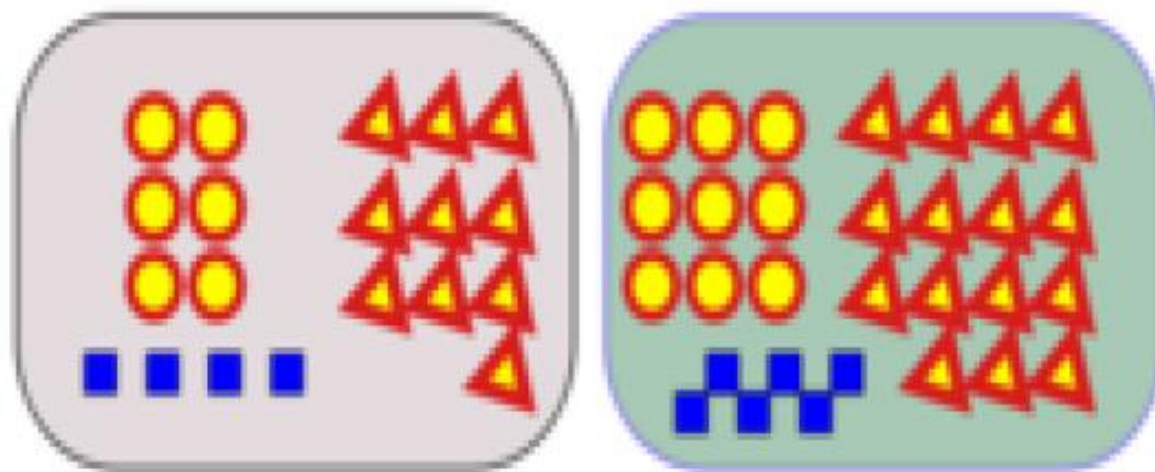
$$6k+10t$$



$$9k+15t$$

$$\frac{9k+15t}{6k+10t} = \frac{3(3k+5t)}{2(3k+5t)} = \frac{3\cancel{(3k+5t)}}{2\cancel{(3k+5t)}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

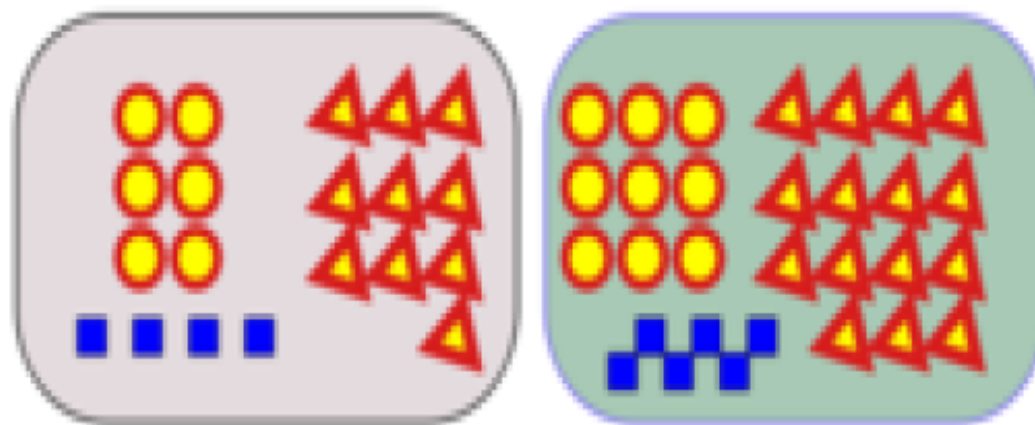
Proporcja większej liczby wielkości



Rozważmy proporcje liczby różnych figur w tych ramkach: kółka, kwadraty i trójkąty, odpowiednio.

$$9:6 = 6:4 = 15:10 = 1,5$$

Proporcja większej liczby wielkości



Możemy to zapisać w postaci.

$9:6:15 \sim 6:4:10 \sim 3:2:5$.

W lewej ramce są dwie grupy zawierające 3 kółka, 2 kwadraty i 5 trójkątów a w prawej trzy takie grupy.

Zatem figury są w proporcji 3:2:5

ZADANIE

- Jak na podzielić 70 na trzy części w proporcji 2:3:5 ?

ZADANIE

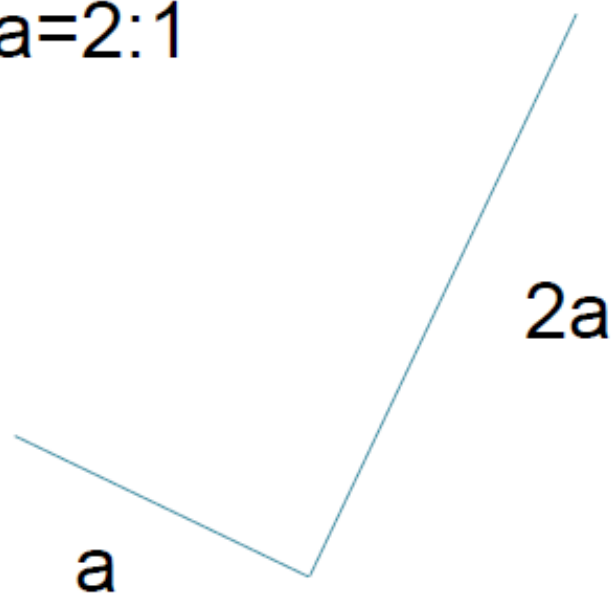
- Jak na podzielić 70 na trzy części w proporcji 2:3:5 ?

Rozwiązanie:

- $10 = 2+3+5$.
- Podzielmy 70 na 10 równych grup po 7
- Rozdzielmy te 10 grup na 2 grupy, 3 grupy i 5 grup, czyli na 14, 21 i 35.

Proporcja długości

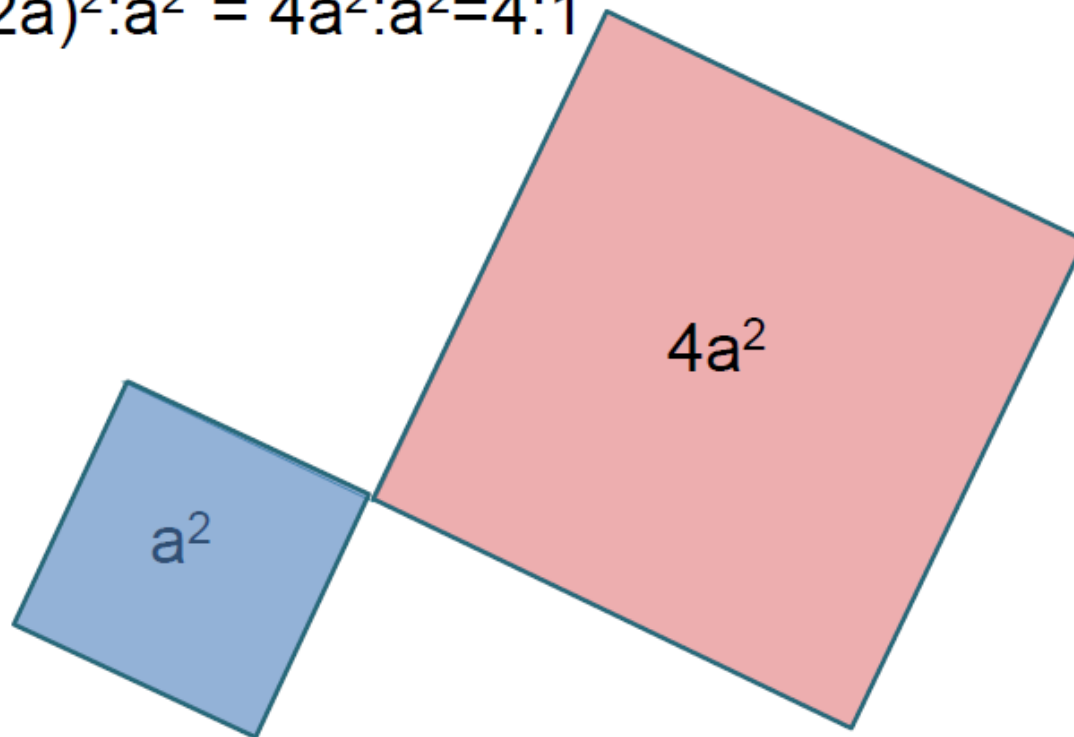
$$2a:a=2:1$$



Współczynnik proporcjonalności długości: 2

Proporcja pól

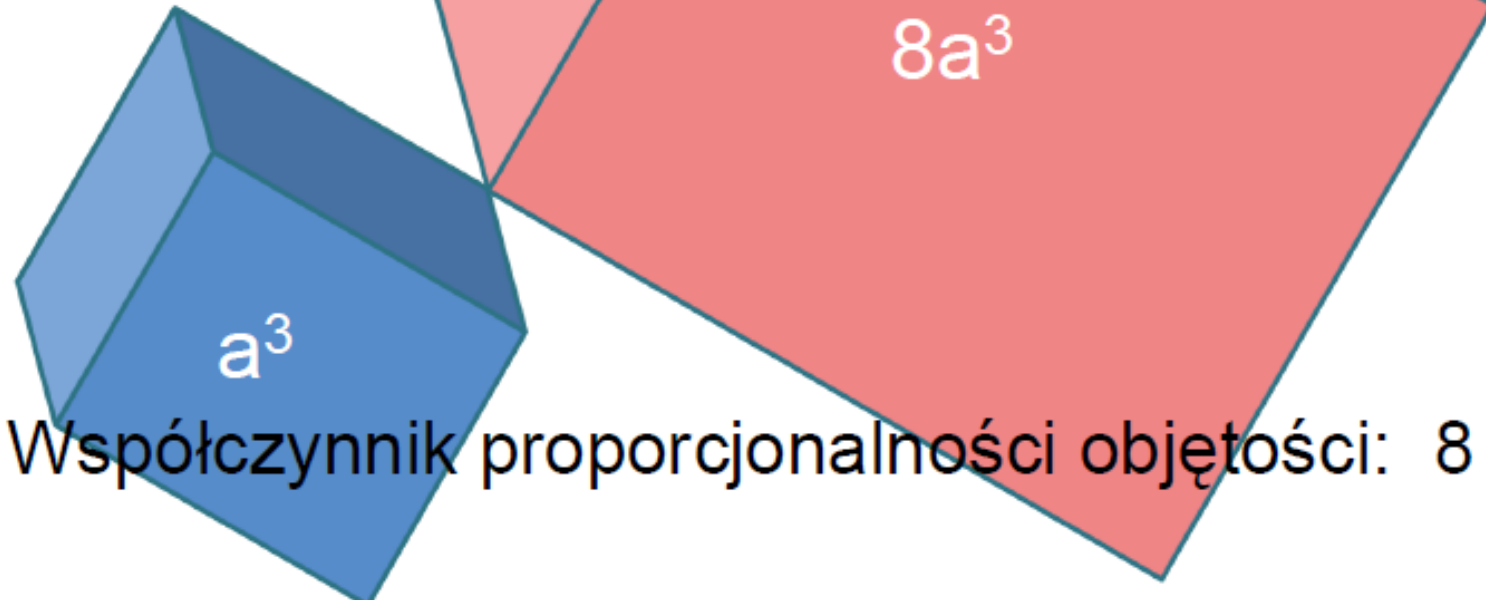
$$(2a)^2:a^2 = 4a^2:a^2=4:1$$



Współczynnik proporcjonalności pól: 4

PROPORCJA OBJĘTOŚCI

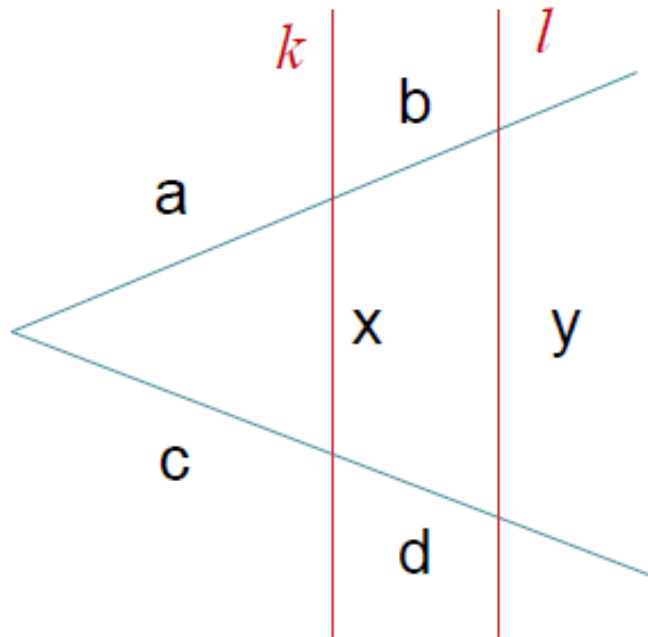
$$(2a)^3 : a^3 = 8a^3 : a^3 = 8 : 1$$



Współczynnik proporcjonalności objętości: 8

Twierdzenie Talesa

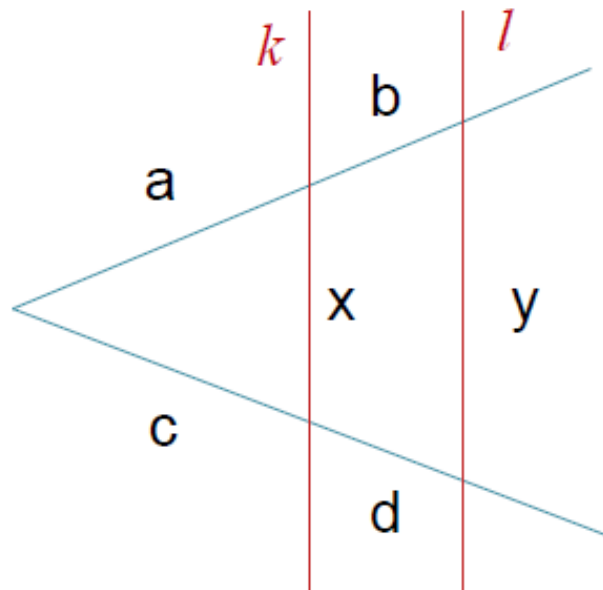
- Jeżeli ramiona kąta przetniemy dwiema prostymi równoległymi, to długości odcinków wyznaczone przez te proste na jednym ramieniu kąta są proporcjonalne do długości odpowiednich odcinków wyznaczonych przez te proste na drugim ramieniu kąta.



Twierdzenie Talesa

- Jeżeli k i l są równoległe, to

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

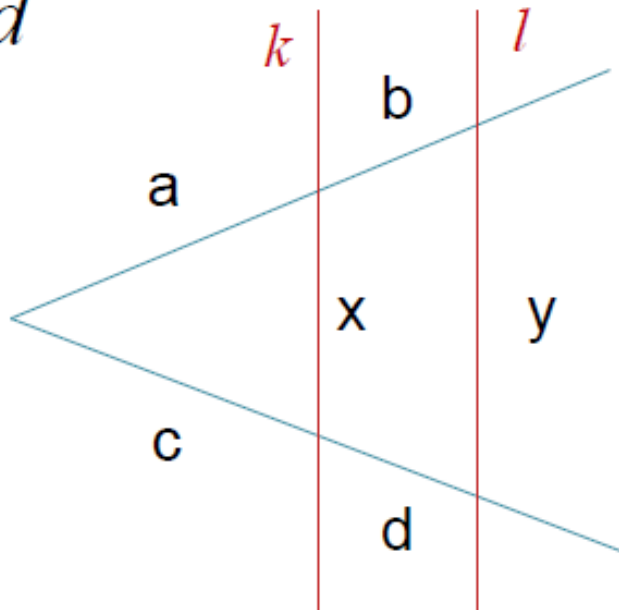


Jakie proporcje
można jeszcze
zaobserwować?

Twierdzenie Talesa

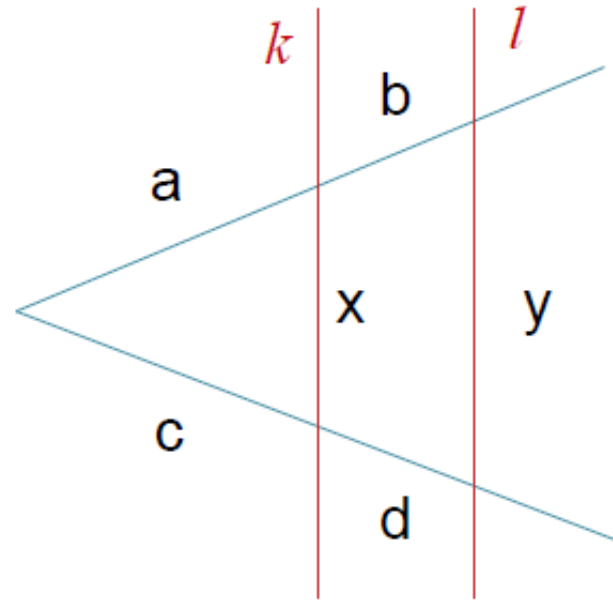
$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow ad = bc \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a+b}{c+d} = ?$$



Twierdzenie Talesa

$$\frac{a+b}{c+d} = ?$$



Rozwiązanie:

$$ad = bc$$

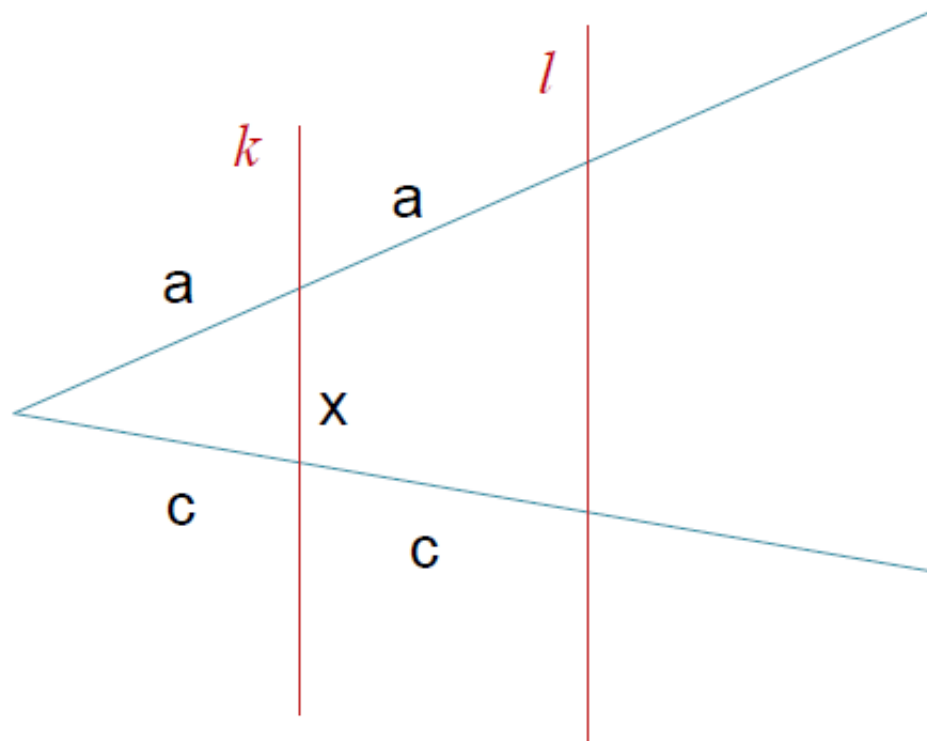
$$ad + bd = bc + bd$$

$$(a+b)d = b(c+d)$$

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{b}{d} = \frac{a}{c}$$

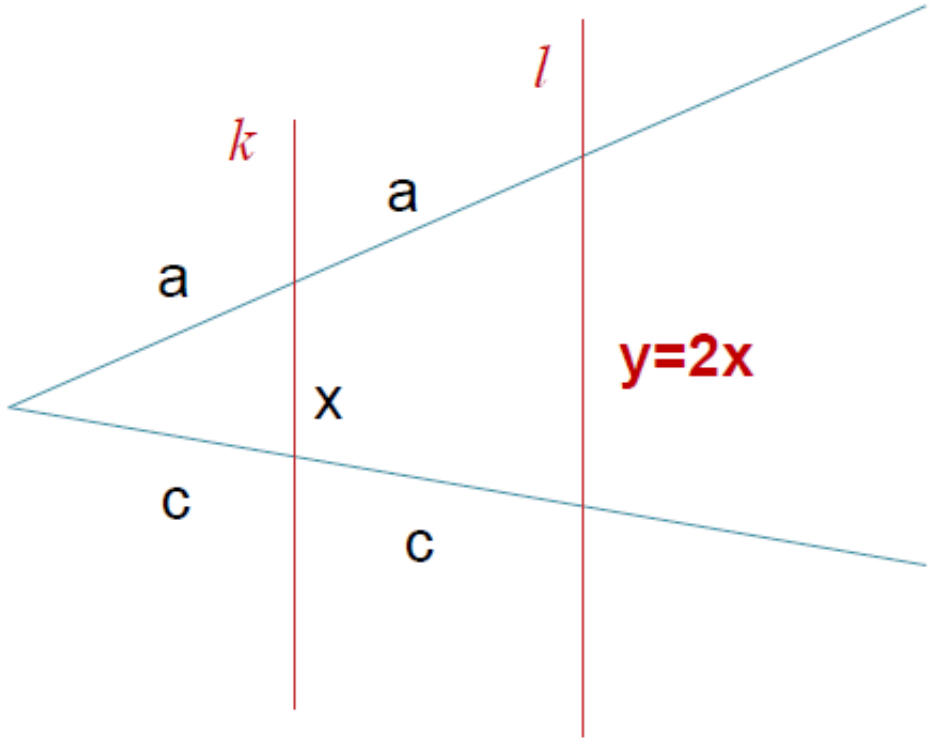
Twierdzenie Talesa

$$\frac{y}{x} = ?$$

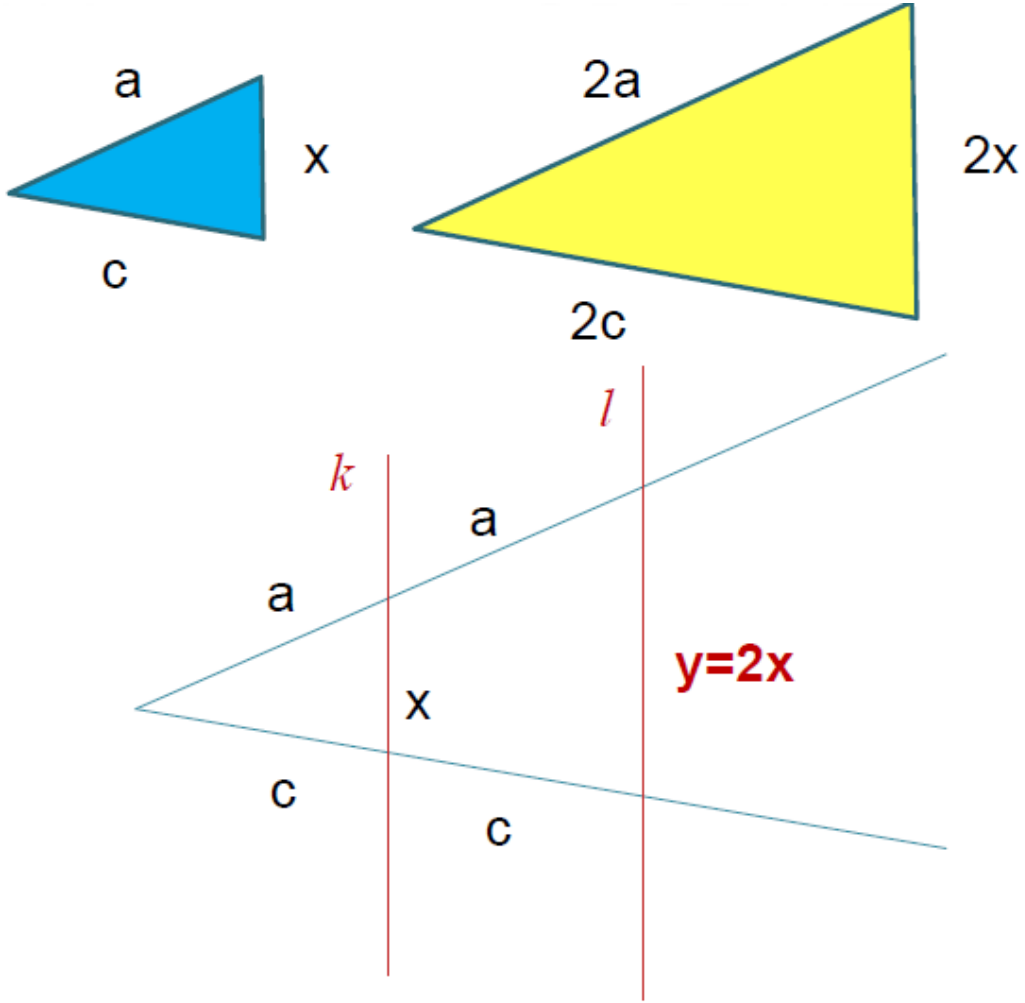


Twierdzenie Talesa

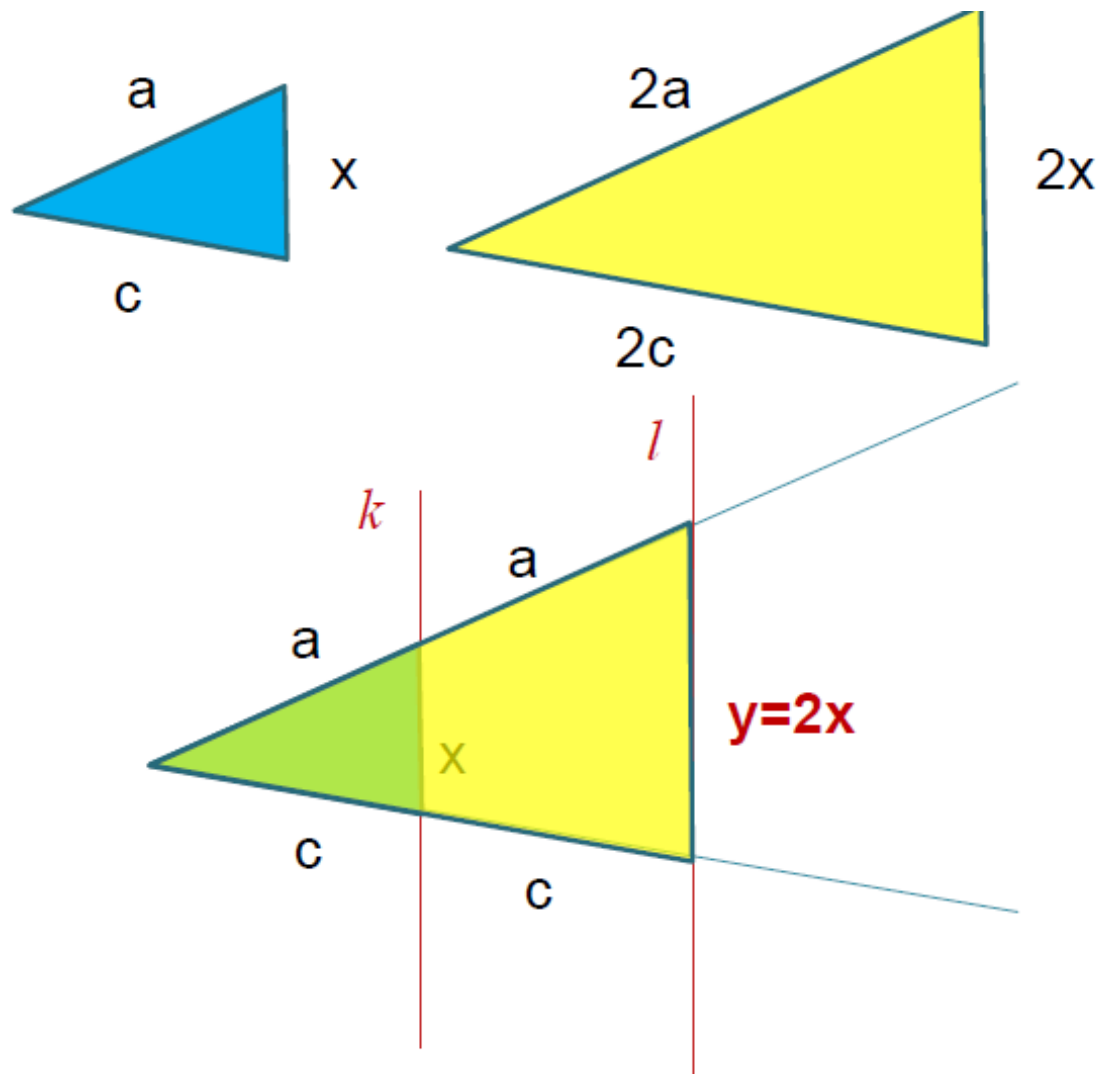
$$\frac{y}{x} = ?$$



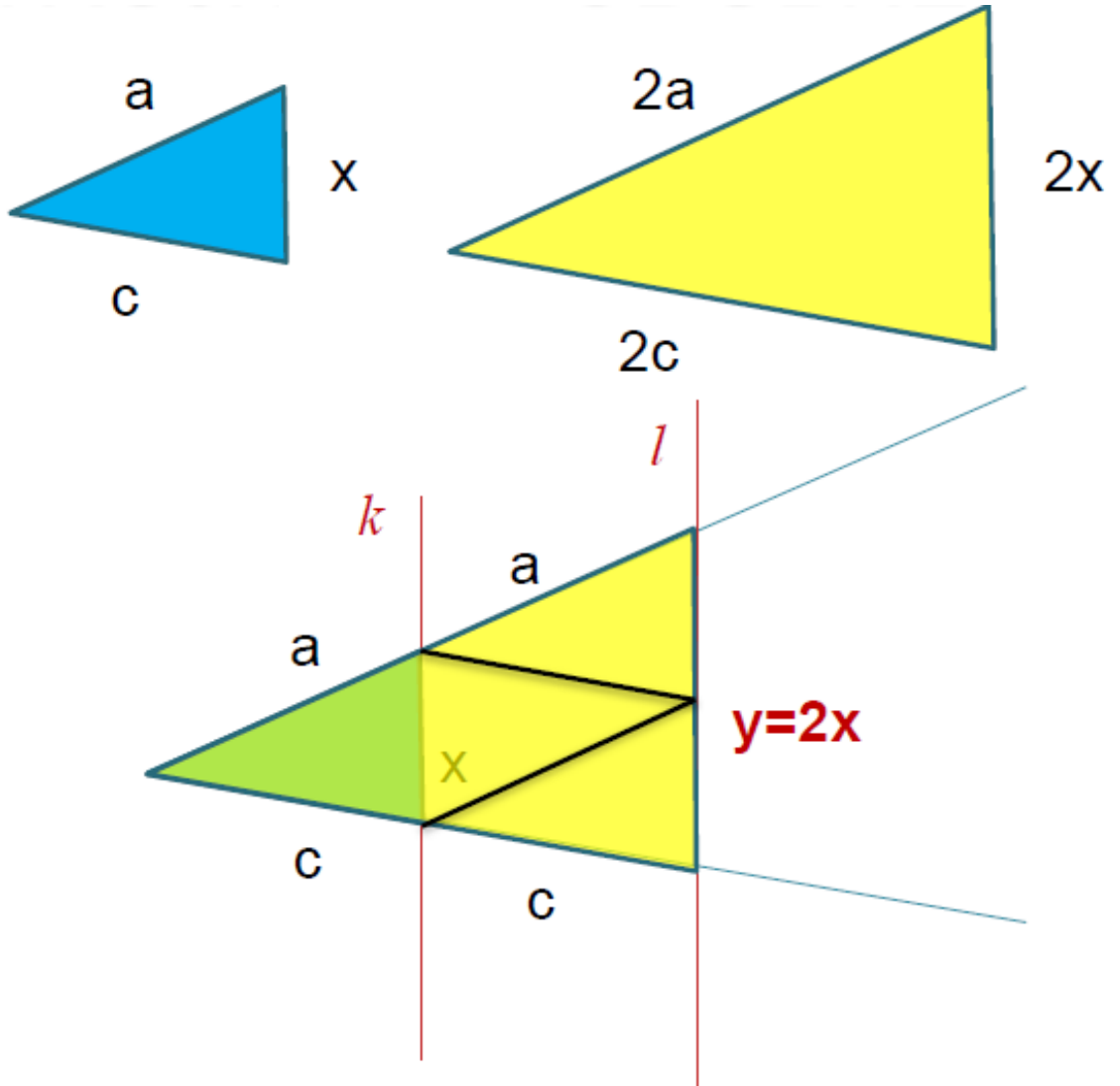
Trójkąty podobne



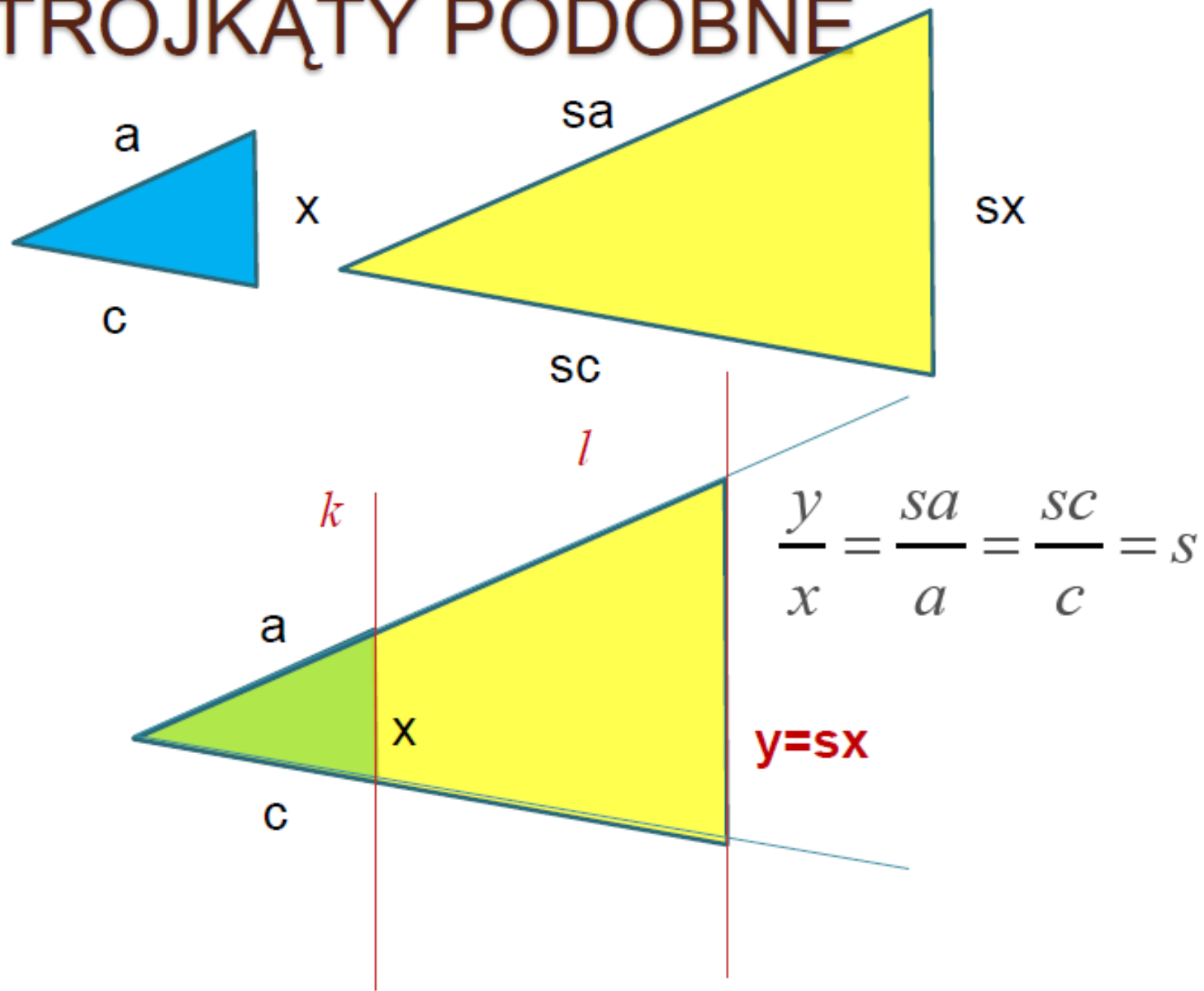
Trójkąty podobne



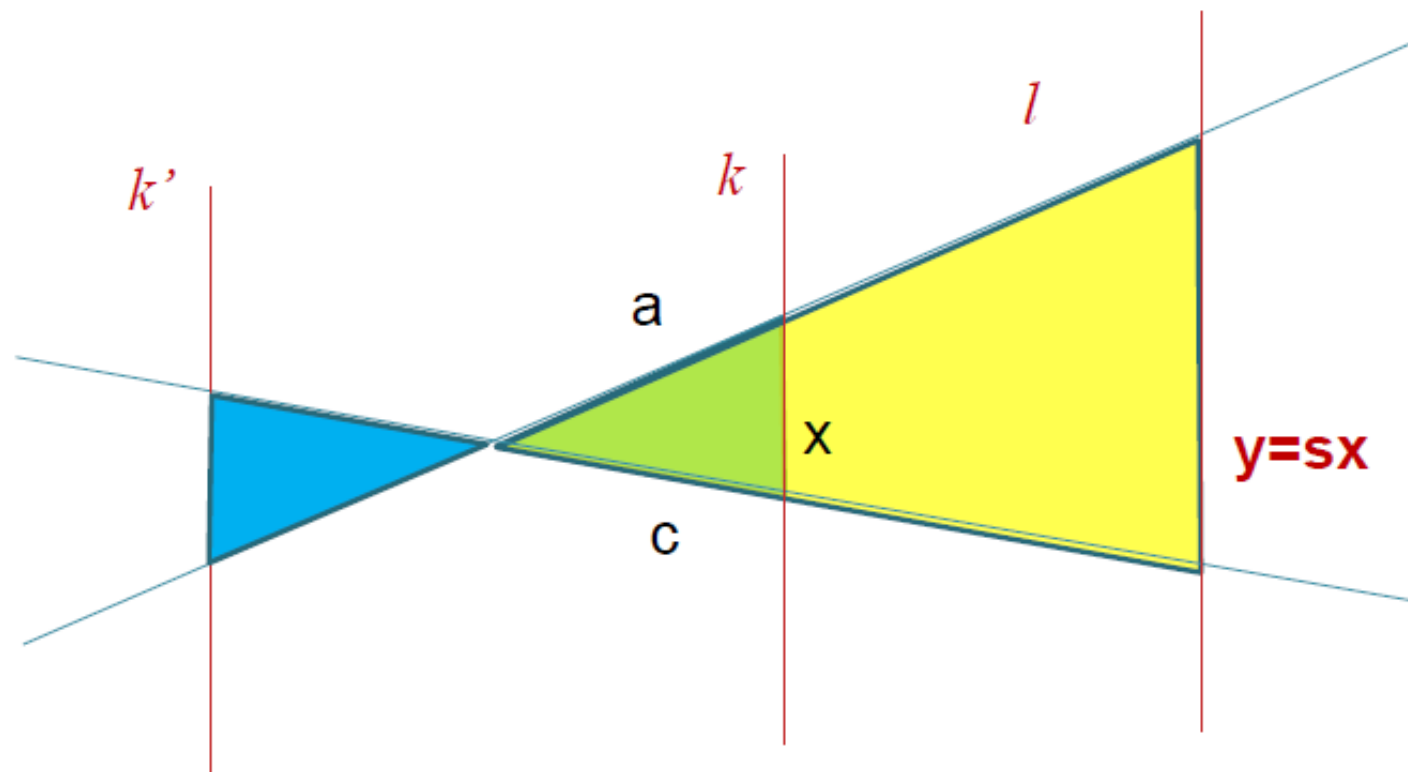
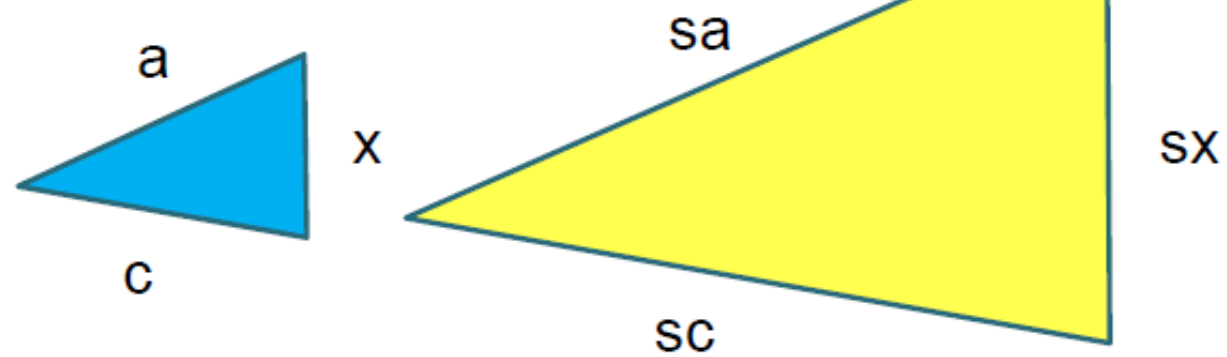
Trójkąty podobne



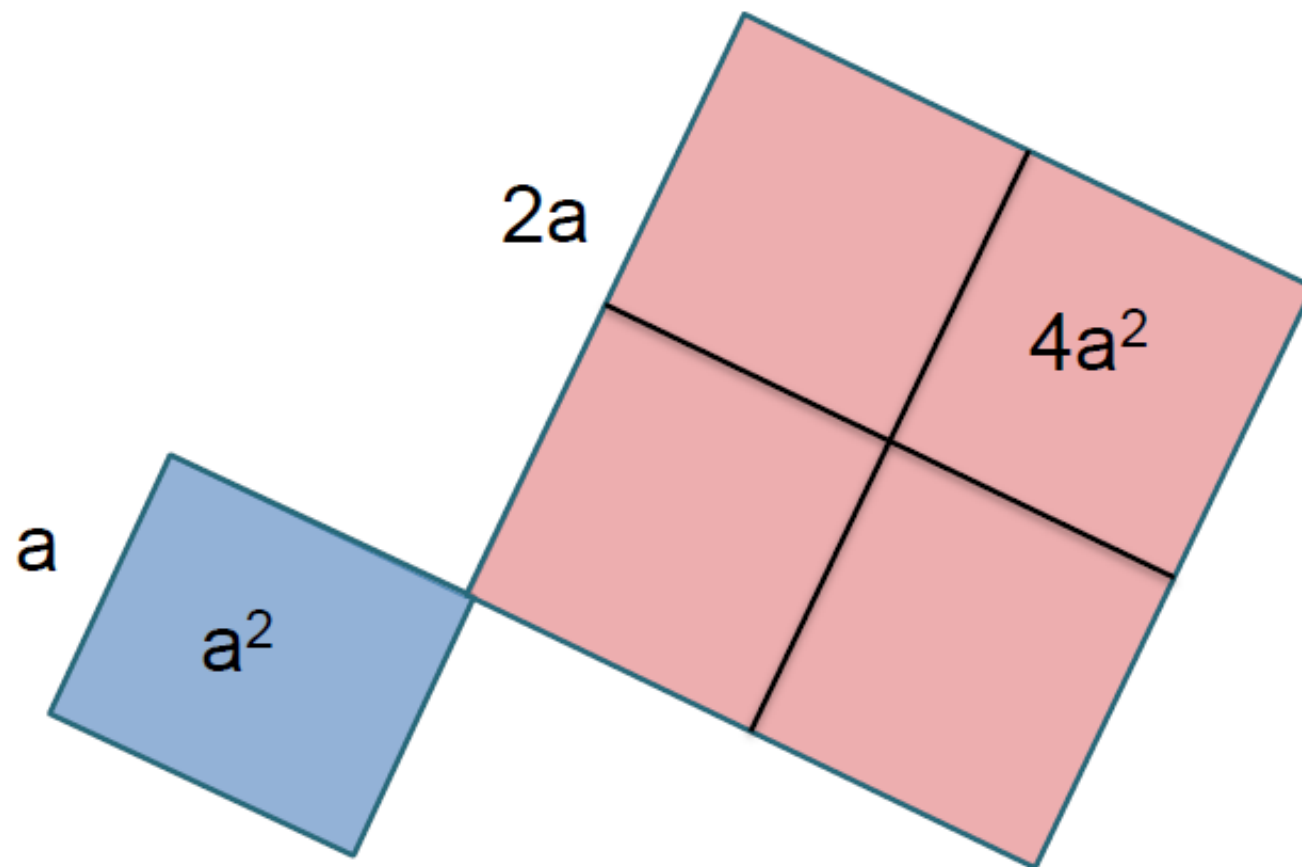
TRÓJKĄTY PODOBNE



TRÓJKĄTY PODOBNE

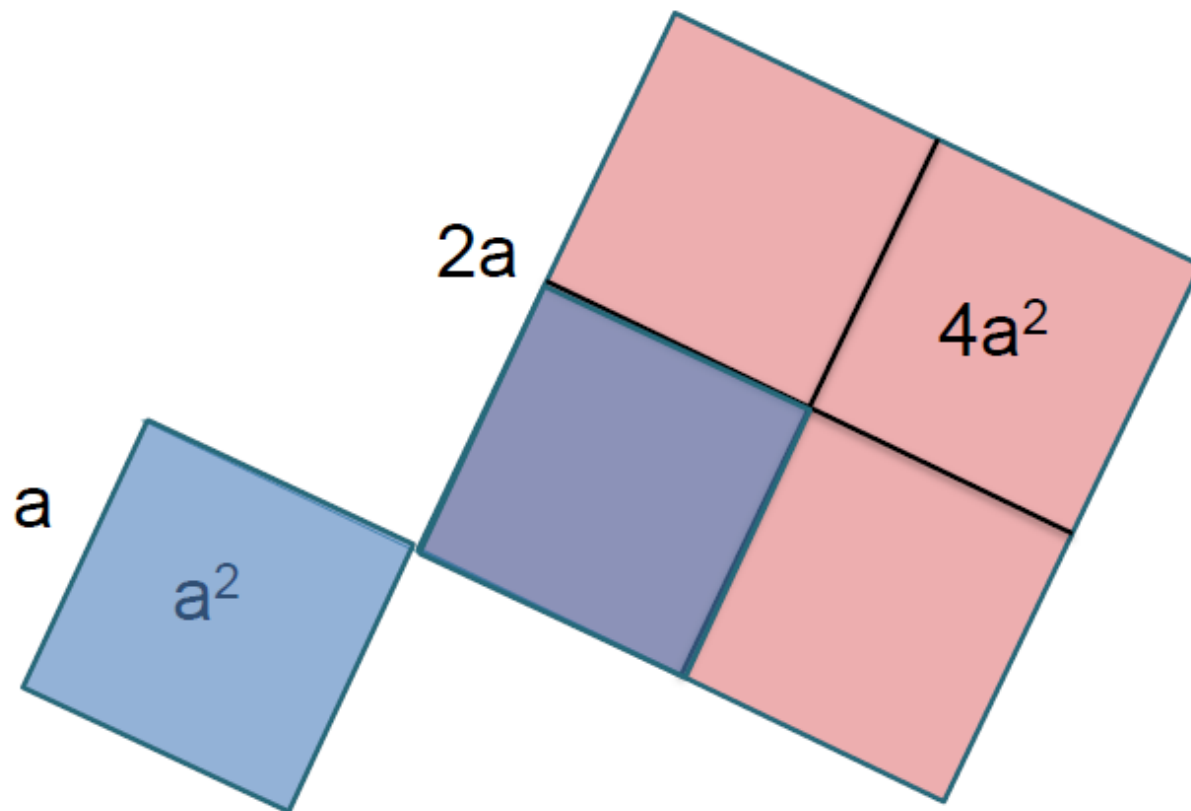


Proporcja pól



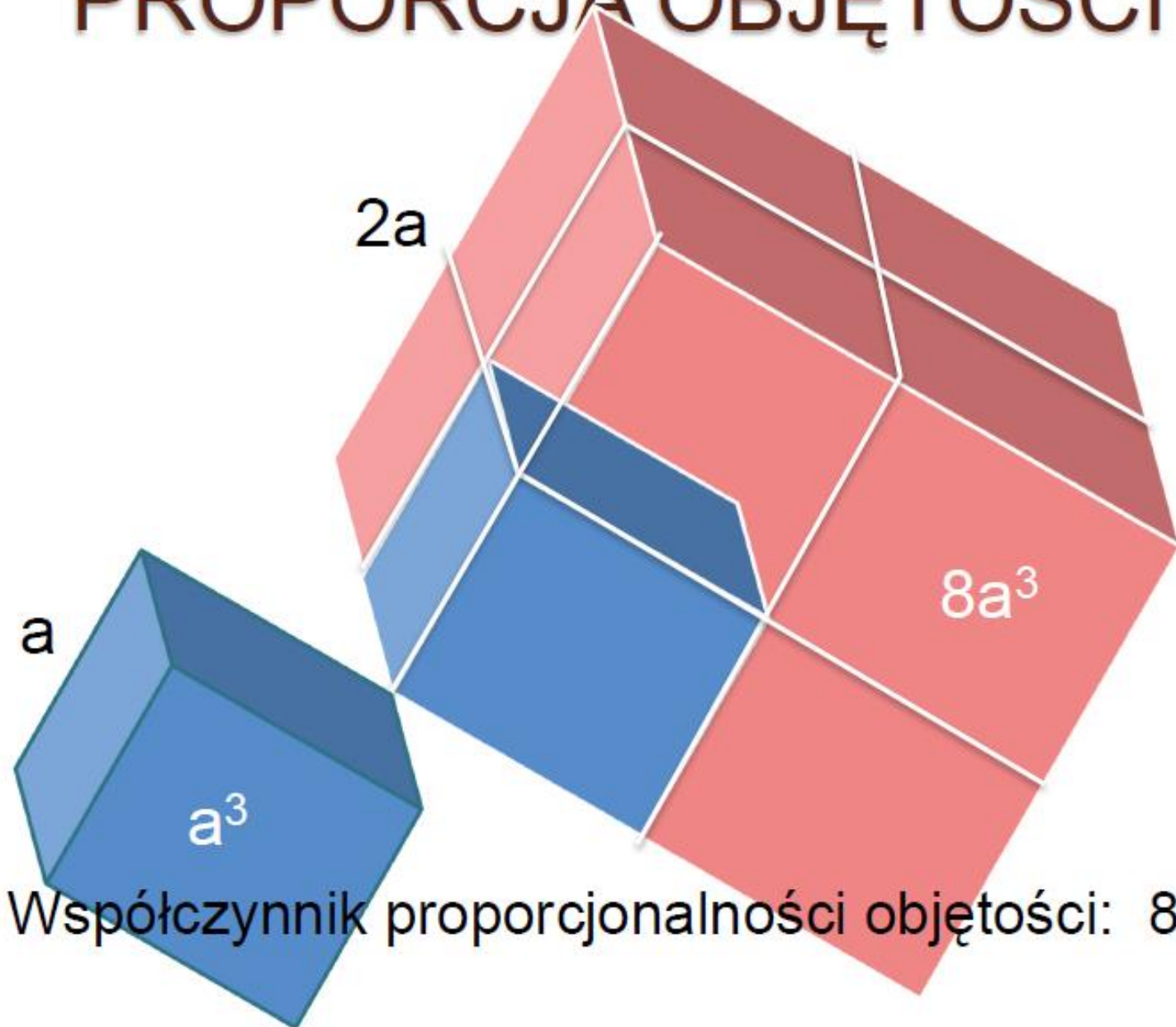
Współczynnik proporcjonalności pól: 4

Proporcja pól



Współczynnik proporcjonalności pól: 4

PROPORCJA OBJĘTOŚCI



ZADANIE

- Szkielet sześcianu wykonanego z drutu waży 1kg.
- Ile waży szkielet sześcianu wykonany z takiego samego drutu jeżeli krawędź jest:
 - a) Trzy razy dłuższa
 - b) Dwa razy krótsza

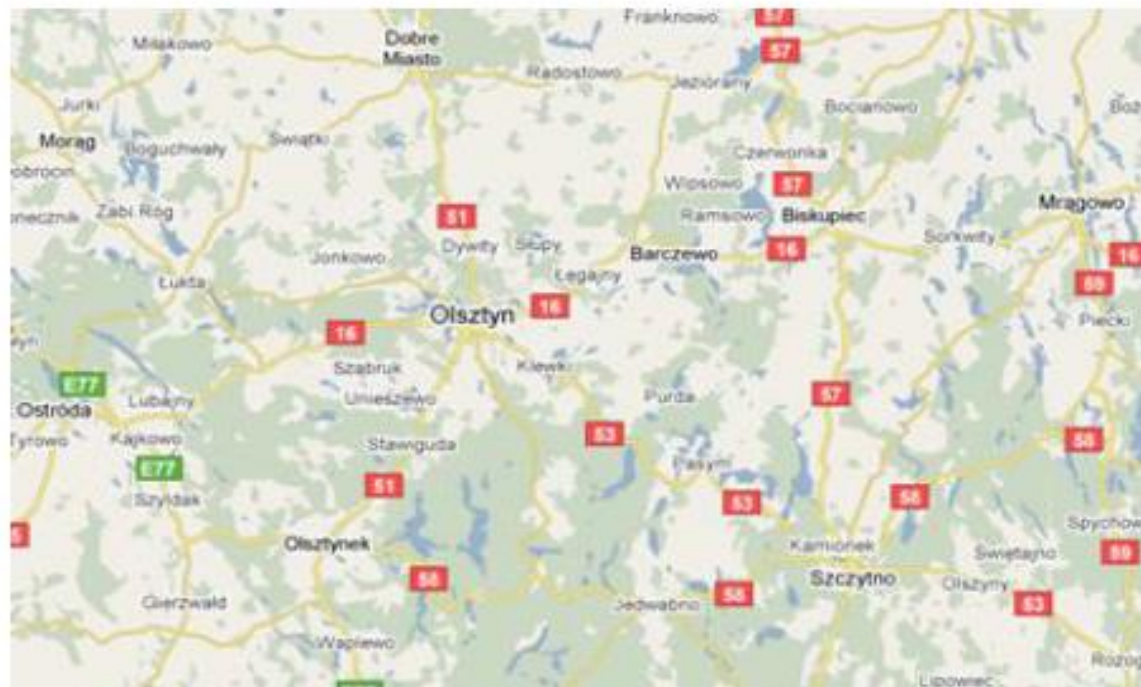
ZADANIE

- Model sześcianu wykonany z blachy waży 1kg.
- Ile waży model sześcianu wykonany z takiej samej blachy jeżeli krawędź jest:
 - a) Trzy razy dłuższa
 - b) Dwa razy krótsza

ZADANIE

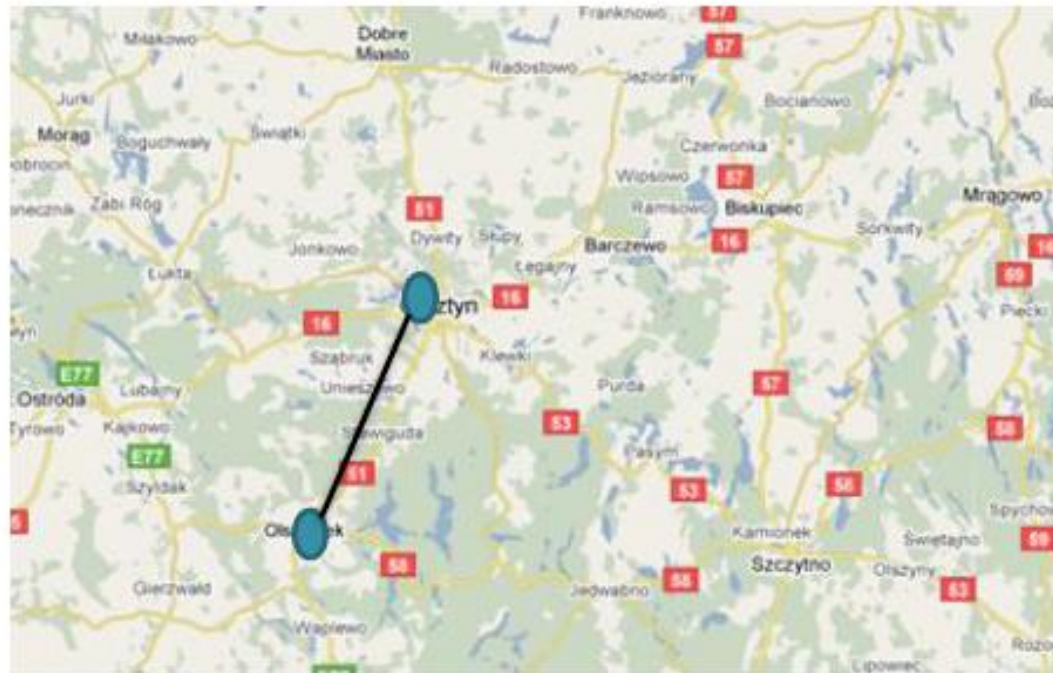
- Model sześcianu odlany z żelaza waży 4kg.
- Ile waży model sześcianu odlany z żelaza jeżeli powierzchnia ściany jest cztery razy większa?

SKALA MAPY



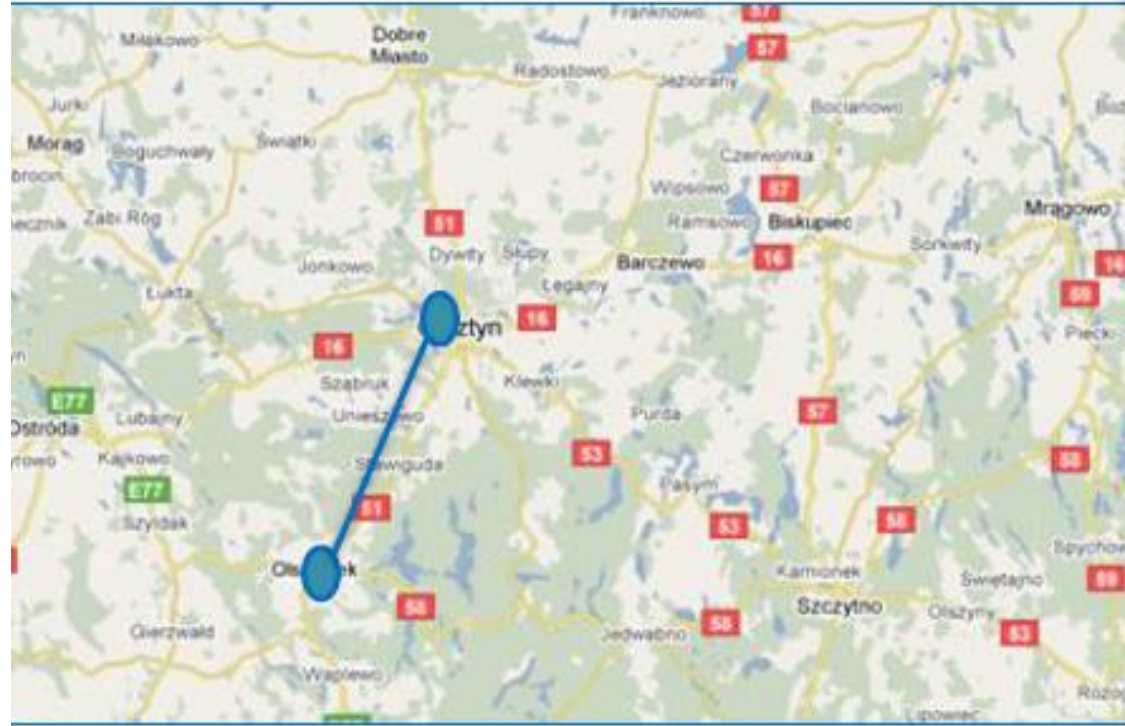
Jest to mapa w skali 1:1000000
czyli 1cm na mapie to
10km w rzeczywistości

SKALA MAPY



Odległość między Olsztynem a Olsztynkiem wynosi ok. 25km

SKALA MAPY





ZADANIE

- 5 kilogramów jabłek kosztuje 20 złotych.
- Napisz wzór, który podaje liczbę y złotych, które trzeba zapłacić za x kilogramów jabłek.
- Co jest współczynnikiem proporcjonalności w Twoim wzorze?

ZADANIE

- W trzech czwartych litra napoju jest 27 gramów cukru.
- Odlano pół litra napoju do termosu.
- Ile cukru jest w napoju w termosie?

ZADANIE

- Odległości 32 mm na mapie odpowiada 64 km w terenie.
- Jaka jest skala mapy?
- Jaka powierzchnię w rzeczywistości ma obszar, który na mapie zajmuje 1 mm².

ZADANIE

- Na mapie w pewnej skali, z miasta A do miasta B jest 3,2 cm, natomiast z A do C jest 4,8 cm.
- Jeśli z A do B jest naprawdę 321 km, to ile jest z A do C?
- Odpowiedź zaokrąglij do jednego kilometra.

ZADANIE

- W prostokątnym modelu wieżowca długość, szerokość i wysokość mają się do siebie jak 3 do 2 do 10.
- Jaka jest wysokość i szerokość wieżowca, jeśli jego długość wynosi 15 m?
- Oblicz korzystając tylko ze współczynnika proporcjonalności powierzchnię ścian i płaskiego dachu wieżowca.

ZADANIE

- Do dwulitrowej puszki białej farby dodano 100 g barwnika niebieskiego, a do trzylitrowej dodano 240 g.
- Pozostało jeszcze 170 g tego barwnika.
- Jak rozdzielić te 170 g barwnika, na 2 części, tak aby po dosypaniu ich do puszek farba w obu puszkach miała ten sam kolor?

ZADANIE

- W dwie i pół godziny samochód przejechał 150 km.
- Z jaką średnią prędkością jechał samochód?
- Ile można przejechać z tą prędkością w trzy i pół godziny?

ZADANIE

- W pewnym trójkącie prostokątnym wysokość opuszczona z wierzchołka kąta prostego dzieli przeciwprostokątną na odcinki długości 3 cm i 12 cm.
- Oblicz długość tej wysokości.