

# Kariera matematyką kreślona

Aleksy Tralle

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski

# Czym jest matematyka?

Przyzwyczajenie ludzkie: dyscypliny naukowe są określone przez PRZEDMIOT badań. Przykłady wybrane losowo.

## Oxford English Dictionary - geologia

Geologia - “nauka której przedmiotem badań jest skorupa ziemska, jej warstwy oraz ich wzajemne relacje i rozmieszczenie, a także zmiany tych obiektów w czasie.”

## Oxford English Dictionary- biochemia

Nauka zajmująca się substancjami obecnymi w żywych organizmach, wzajemnym oddziaływaniem tych substancji oraz ich wpływem na procesy życiowe.

# Oxford English Dictionary próba zdefiniowania matematyki

## Angielski

The abstract science which investigates deductively the conclusions implicit in the elementary concepts of spatial and numerical relations, and which includes as its main divisions geometry, arithmetic and algebra; and, in a wider sense, so as to include those branches of physical or other research which consist in the application of this abstract science to concrete data.

## Tłumaczenie

Abstrakcyjna nauka badająca za pomocą dedukcji wnioski ukryte w elementarnych pojęciach przestrzennych i numerycznych relacji. Nauka ta składa się głównie z geometrii, arytmetyki i algebry, oraz, w szerszym sensie, ogarnia obszar fizyki i innych nauk poprzez zastosowania tej abstrakcyjnej nauki do konkretnych danych.

Żaden z działów poniżej nie jest ujęty w OED:

## Analiza - działy z Wikipedii

teoria funkcji rzeczywistych, teoria miary i całki, funkcje zmiennej zespolonej, teoria potencjału, funkcje wielu zmiennych zespolonych, równania różniczkowe zwyczajne, równania różniczkowe cząstkowe, teoria ergodyczna i układy dynamiczne, równania różnicowe i równania funkcyjne, ciągi i szeregi, aproksymacja, analiza Fouriera, analiza harmoniczna, rachunek operatorów, równania całkowe, analiza funkcjonalna, rachunek wariacyjny i optymalizacja.

Czy można po prostu dopisać tę listę do definicji matematyki?

# Losowa lista działów matematyki powstałych w ostatnich 20-50 latach

- 1 Chaos
- 2 Banki filtrów
- 3 Kryptografia
- 4 Teoria gier
- 5 Fraktale

## Pytanie:

Gdybyśmy chcieli jednak odpowiedzieć na pytanie, czym jest matematyka, czy powinniśmy dopisywać nowe działy?

# Odpowiedź: pytanie jest niewłaściwe!

Matematyki NIE DA się opisać wskazując PRZEDMIOT badań.

## Pytanie właściwe

JAK matematyka bada otaczający świat?

## Czy to jest matematyka czy nie?

Jeśli mamy pewien przedmiot badań, to na pytanie czy jest to matematyka czy nie, odpowiadamy: TAK, JEŚLI SIĘ PATRZY POD WŁAŚCIWYM KĄTEM!

# Przykład: zadanie o plastrach miodu

## Zadanie 1

Obliczyć stosunek

$$\frac{S}{P}$$

gdzie  $S$  jest polem wielokąta foremnego, a  $P$  jego obwodem.

$$\begin{aligned} S &= n \cdot S_{\Delta} = n \frac{1}{2} y \cdot x = \frac{1}{2} nr \cos \theta \cdot 2r \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \\ &= r^2 \cdot n \cos \frac{\pi}{n} \sin \frac{\pi}{n}. \end{aligned}$$

$$P = n \cdot 2x = 2nr \sin \frac{\pi}{n} \implies$$

$$\frac{S}{P} = \frac{nr^2 \cos \frac{\pi}{n} \sin \frac{\pi}{n}}{2nr \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{1}{2} r \cos \frac{\pi}{n}.$$

## Zadanie 1 - interpretacja

$$\frac{S}{P}$$

jest stosunkiem ilości miodu w plastrze do ilości zużytego wosku.  
Najkorzystniejsze dla pszczoły jest *szczerne* wypełnienie plastra  
("płaszczyzny") wielokątami foremenymi o *największej* liczbie

$$\frac{S}{P} = \frac{1}{2} r \cos \frac{\pi}{n}.$$



## Zadanie 2

Jakie wielokąty foremne szczelnie wypełniają płaszczyznę?

**Rozwiązanie.** Warunek szczelności wypełnienia:

$$N\Phi = 2\pi, \quad \Phi = 2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = 2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}\right)$$

$$2N\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}\right) = 2\pi \implies N\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n}\right) = 1.$$

$$N\left(\frac{n-2}{2n}\right) = 1 \implies N = \frac{2n}{n-2} = 2 + \frac{4}{n-2}.$$

Liczba  $\frac{4}{n-2}$  może być całkowita wtedy i tylko wtedy, gdy  $n = 3, 4, 6$ .

$$n = 3 \implies \frac{S}{P} = 0.25r, \quad n = 4 \implies \frac{S}{P} = 0.354r, \quad n = 6 \implies \frac{S}{P} = 0.453r.$$

## Kod DNA

Cząstki DNA są ogromnie długie, ale zwinięte w węzły, które w wyniku zachodzących procesów replikacji częściowo się “rozwiązują” a następnie w procesie rekombinacji tworzą NOWE węzły. Jeśli ma się matematyczną KLASYFIKACJĘ węzłów, można mieć nadzieję na wnioski DEDUKCYJNE dotyczące procesów biochemicznych prowadzących od jednego węzła do drugiego.

## Naczynia krwionośne - dynamika płynów

Można patrzeć na naczynie krwionośne jak na rurkę o elastycznych ściankach, a na krew jak na płyn w takiej rurce. Możemy zapytać się, jakie siły działają na takie elastyczne ścianki, kiedy krew (płyn) przez nie przepływa, jaki kształt one przybierają, i kiedy takie siły mogą powodować pęknięcie?

## Badania klimatu - równania Lorentza

$$x' = \sigma y - x$$

$$y' = -xz + rx - y$$

$$z' = xy - bz.$$

$\sigma, r, b$  - stałe.

Klasyczne równania Lorentza opisują zjawisko konwekcji termicznej w atmosferze.

# Wspólna cecha przykładów

Matematyk (w odróżnieniu od lekarza) nie będzie się interesował pytaniami typu:

- Czyje to naczynia krwionośne? Jaki jest wiek pacjenta? ...
- Jaka istota posiada właśnie ten kod DNA?...

Dla matematyka są to zagadnienia przepływu płynu w rurze oraz klasyfikacji węzłów.

## Abstrakcja

Abstrahowanie jest najważniejszą cechą matematyki. Odrzuca się nieistotne szczegóły, a problem rozwiązuje się w **MAKSYMALNIE** ogólnej postaci.

## Druga istotna cecha - dedukcja

Dedukcja NIE JEST wyróżnikiem matematyki, ponieważ każda dziedzina wiedzy wymaga umiejętności wyciągania poprawnych wniosków z początkowych danych. Matematyka jednak jest nauką dedukcyjną w tym sensie, że

**TYLKO DEDUKCJA JEST KRYTERIUM PRAWDY W MATEMATYCE**

## Hipoteza (Pierre Fermat, 1637)

Jeśli  $x, y, z, n$  są liczbami całkowitymi  $> 1$  i

$$x^n + y^n = z^n$$

to  $n = 2$ .

## Twierdzenie (Sir Andrew Wiles, 1995)

Jeśli  $x, y, z, n$  są liczbami całkowitymi  $> 1$  i

$$x^n + y^n = z^n$$

to  $n = 2$ .

# Podsumowanie: czym jest matematyka?

Matematyka jest **rozwiązywaniem dowolnych problemów**, dających się opisywać za pomocą

- Abstrakcji (wyodrębnienie istotnych cech ogólnych+ tworzenie ścisłego języka opisu);
- Dedukcji jako kryterium prawdy i metody aksjomatycznej;
- Indukcji rozumianej jako eksperymenty myślowe



# Gdzie przydaje się matematyka?

## Modelowanie matematyczne

Modelowanie matematyczne jest potrzebne do symulacji komputerowych w różnych obszarach ludzkiej aktywności, w tym:

- fizyka;
- chemia,
- ekonomia,
- biologia,
- analiza biznesowa,
- statystyka,
- medycyna,
- ekologia
- meteorologia, badanie klimatu

# Wybrane zawody wykorzystujące matematykę

**Matematycy** używają zaawansowanych pojęć i teorii w celu rozwoju ich nauki, analizy danych i rozwiązywania problemów w rozmaitych obszarach ludzkiej działalności.

**Osoby pracujące w sektorze finansowym** określają strategie swoich firm analizując przepływy pieniężne, w tym za pomocą modeli matematycznych (np., giełdy), rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej.

**Analitycy finansowi** określają strategie inwestycyjne w biznesie, strategie kupna i sprzedaży produktów inwestycyjnych (często z użyciem metod matematycznych, takich jak teoria gier, teoria ryzyka, modele matematyczne rynków finansowych).

# Wybrane zawody wykorzystujące matematykę

**Programiści** tworzą programy komputerowe dla wszystkich sektorów gospodarki, nauki i życia społecznego. Dobrzy programiści powinni umieć używać zarówno specjalne techniki programistyczne, jak i niektóre metody matematyczne, głównie z zakresu matematyki dyskretnej.

**Analitycy danych, statystycy** zbierają, organizują i analizują “surowe” dane w celu wykrycia prawidłowości i ukrytych wzorów. W chwili obecnej jest ogromny popyt na specjalistów od “big data”. Praca w tym obszarze wymaga zaawansowanej wiedzy matematycznej, w tym teoretycznej, np. geometrii.

**Analitycy rynkowi** stosują matematykę w celu weryfikacji swoich hipotez dotyczących trendów na rynku.

**Specjaliści od badań operacyjnych** zajmują się efektywnością operacyjnych struktur w biznesie i innych organizacjach. Stosują metody matematyczne (głównie badania operacyjne jako dział matematyki).

# Institucje zatrudniające osoby z wykształceniem matematycznym

Wg danych AMS:

- banki i firmy inwestycyjne,
- firmy komputerowe,
- firmy ubezpieczeniowe,
- działy badania rynku w firmach i dużych korporacjach
- administracja
- szkoły i inne instytucje edukacyjne
- instytucje badawczo-rozwojowe, uniwersytety
- biura meteorologiczne
- przemysł

# Zestawienie zarobków (mediana dla różnych zawodów), AMS

- Aktuariusz (lic.) 93.000      Ratownik medyczny (lic.) 31.000
- Informatyk (dr) 102.000      Human Resources Spec. (lic.) 55.000
- Matematyk (mgr, biznes) 101.000      Radiolog 55.000
- Statystyk (mgr mat) 75.000      Logopeda (mgr) 69.800

## Dolina Krzemowa

- Inżynier algorytmów
- Analityk danych
- Specjalista od modelowania matematycznego

# Wymagania stawiane osobom w zawodach związanych z “numeryką”

- umiejętność myślenia dedukcyjnego;
- rozumienie relacji przestrzennych, ilościowych i abstrakcyjnych;
- umiejętność myślenia i komunikowania się za pomocą symboli;
- umiejętność modelowania matematycznego;
- umiejętność rozpoznawania struktur matematycznych w opisach różnych zjawisk;
- umiejętność tworzenia nowych pojęć matematycznych.

**Wykształcenie matematyczne może być początkiem kariery we wszystkich rodzajach ludzkiej aktywności związanych z analizą ilościową, analizą danych, wykrywaniem ukrytych wzorów, modelowaniem komputerowym i ogólnie, szeroko rozumianą “numeryką”.**