X Północne Spotkania Geometryczne

Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwerytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

ul. Słoneczna 54, 10-710 Olsztyn

Olsztyn 29-30 czerwca 2016

Spis uczestników

Imię i Nazwisko	Afiliacja	E-mail
Edyta Bartnicka	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie	*edytabartnicka@wp.pl*
Danuta Bombik	Politechnika Śląska	*d.bombik@gmail.com*
Waldemar Cieślak	Politechnika Lubelska	*izacieslak@wp.pl*
Adam Doliwa	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie	*doliwa@matman.uwm.edu.pl*
Anna Gąsior	Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie	*anna.gasior@poczta.umcs.lublin.pl*
Bogusław Hajduk	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie	*bhmath@interia.pl*
Jan Jakóbowski	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie	*jjakob@matman.uwm.edu.pl*
Sławomir Kapka	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Łódzki	*kapka@math.uni.lodz.pl*
Karolina Karpińska	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Mikołaja Kkopernika w Toruniu	*karolinakarpinska001@gmail.com*
Jarosław Kosiorek	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie	*kosiorek@matman.uwm.edu.pl*
Mariusz Kwiatkowski	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie	*mkw@matman.uwm.edu.pl*
Andrzej Matraś	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie	*matras@uwm.edu.pl*
Mark Pankov	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie	*pankov@matman.uwm.edu.pl*
Agnieszka Najberg	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Łódzki	*najbergagnieszka@gmail.com*
Krzysztof Petelczyc	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet w Białymstoku	*kryzpet@math.uwb.edu.pl*

Imię i Nazwisko	Afiliacja	E-mail
Małgorzata Prażmowska	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet w Białymstoku	*malgpraz@math.uwb.edu.pl*
Krzysztof Prażmowski	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet w Białymstoku	*krzypraz@math.uwb.edu.pl*
Izabela Stępniak	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Łódzki	*izulka146@wp.pl*
Andrzej Szczepański	Instytut Matematyki, Uniwersytet Gdański.	*aszczepa@mat.ug.edu.pl*
Aleksy Tralle	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie	*tralle@matman.uwm.edu.pl*
Andreas Zastrow	Instytut Matematyki, Uniwersytet Gdański.	*zastrow@mat.ug.edu.pl*
Mariusz Żynel	Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet w Białymstoku	*mariusz@math.uwb.pl*

Edyta Bartnicka

Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

edytabartnicka@wp.pl

Graf relacji połączalności punktów prostej rzutowej nad pierścieniem skończonym łącznym z jedynką

Niech R będzie pierścieniem skończonym łącznym z jedynką. Opisuję grafy relacji połączalności punktów prostej rzutowej nad pierścieniem R. Pokazuję, że są one spójne, regularne, a stopień wierzchołka jest równy rzędowi pierścienia R. Ponadto, przedstawiam graf jako sumę rozłączną klik maksymalnych i dowodzę, że grafy nieizomorficznych pierścieni tego samego rzędu z taką samą liczbą prawostronnych ideałów maksymalnych, które są równoliczne i mają równoliczne przekroje, są izomorficzne. Opisuję grafy w przypadku dowolnego pierścienia lokalnego, w tym przypadku liczba elementów kliki maksymalnej jest równa R/M + 1, gdzie M jest ideałem maksymalnym pierścienia R. Pozwala to także scharakteryzować grafy dowolnych pierścieni przemiennych (również nielokalnych). Pokazuję, że graf pierścienia ilorazowego R/J determinuje graf pierścienia R oraz w jaki sposób. Korzystając z tej własności można opisać grafy w przypadku dowolnego pierścienia R. Podaję też charakterystykę grafów pierścieni nielokalnych nierozkładalnych o rzędach będących n-tymi potęgami liczb pierwszych dla n<6.

Danuta Bombik

Politechnika Śląska

d.bombik@gmail.com

Kilka uwag o rzucie zdegenerowanym i jego zastosowaniach

Do klasyki geometrii wykreślnej należy metoda rzutów Monge'a polegająca na rzutowaniu danego obiektu na dwie płaszczyzny zwane rzutniami. W modyfikacji pozostawiono jedną płaszczyznę pełniącą rolę rzutni, a drugą rzutnię zastąpiono prostą. Zdefiniowano bazę tego rzutu składającą się z płaszczyzny π zwanej rzutnią, prostej właściwej p zwanej osią, prostej środków s leżącej na rzutni i stożkowej kierunków $k^{2\infty}$ leżącej w płaszczyźnie niewłaściwej. W zależności od wzajemnego położenia elementów bazy, wyróżniono 4 rodzaje rzutu, np. normalny, gdy oś jest prostopadła do rzutni, a prosta środków jest niewłaściwa.

Algorytm konstruowania obrazu punktu A leżącego poza osią, jest bardzo prosty: przez A i p prowadzimy płaszczyznę rzutu τ_A; krawędź (tzw. odnosząca) jej przecięcia z rzutnią, ma punkt SA wspólny z prostą środków. Jest on definiowany jako środek rozważanego rzutu. Prosta $r^z{}_A$ (zwana promieniem pierwotnym) przechodząca przez punkty A i SA przecina oś rzutu w pewnym punkcie AP zwanym punktem pośrednim rzutu. Płaszczyzna τ_A ma dwa punkty niewłaściwe (kierunki) wspólne ze stożkową $k^{2\infty}$. W tych kierunkach prowadzimy proste, zwane wtórnymi promieniami rzutującymi, przechodzące przez AP. Każda z nich ma punkt wspólny z odnoszącą. Tak wyznaczoną parę nieuporządkowaną punktów przyjmuje się za obraz punktu A.

Następnie, wzorując się na podwójnym rzutowaniu w metodzie Monge'a, zdefiniowano rzut towarzyszący jako rzut z dowolnego punktu leżącego na osi rzutu zdegenerowanego na rzutnię (w konsekwencji na prostą odnoszącą).

Parę złożoną z rzutu zdegenerowanego i rzutu towarzyszącego nazwano *odwzorowaniem zdegenerowanym stowarzyszonym*.

Podano szereg przykładów zastosowań takiego rzutu na płaszczyźnie i w przestrzeni.

Waldemar Cieślak

Politechnika Lubelska

izacieslak@wp.pl

O poryźmie Ponceleta

Z poryzmem Ponceleta wiążemy pewną grupę transformacji. Następnie konstruujemy rodziny dyfeomorfizmów działających na klasach pierścieni Ponceleta. Na koniec stawiamy hipotezy dotyczące postaci wzorów Fussa w ogólnym przypadku.

Adam Doliwa

Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

doliwa@matman.uwm.edu.pl

Uogólnione funkcje quasi-symetryczne i geometryczny opis dualnej do nich algebry Hopfa

Teoria funkcji symetrycznych jest dobrze ugruntowaną dziedziną z zastosowaniami w kombinatoryce, topologii algebraicznej, teorii reprezentacji, teorii układów całkowalnych i geometrii. Funkcje quasi-symetryczne, wprowadzone przez Gessela, są uogólnieniami funkcji symetrycznych o coraz bardziej rosnącym znaczeniu i liczbie zastosowań. Jako gradowana algebra Hopfa, dualna do algebry funkcji quasi-symetrycznych jest algebrą nieprzemiennych funkcji symetrycznych, wprowadzoną przez Gelfanda, Kroba, Lascoux, Leclerca, Retakha i Thibona.

W moim wystąpieniu (bazującym na arXiv:1603.03259) chciałbym wprowadzić dalsze uogólnienie algebry Hopfa funkcji quasi-symetrycznych przy użyciu szeregów formalnych od częściowo komutujących zmiennych. Przedstawię też geometryczny opis jej gradowanej dualnej z punktu widzenia algebry Foissy'ego kolorowych drzew.

Bogusław Hajduk

Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

bhmath@interia.pl

SOFT v. HARD, CZYLI O METODZIE

Przedstawię kilka problemów, niektórych już rozwiązanych, niektórych otwartych, dotyczących geometrii rozmaitości. Będą to m.in. hipoteza Poincarego, problemy 4-wymiarowe i związane z nimi niezmienniki, problem istnienia struktur symplektycznych i kontaktowych. Głównym celem będzie pokazanie przykładów metod "słabych" i "mocnych" w podejściu do tego rodzaju zagadnień.

Karolina Karpińska

Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

karolinakarpińska001@gmail.com

Geometria kół Otta Reichela – praca z uczniem zdolnym na lekcjach matematyki w Gimnazjum Toruńskim w II połowie XIX wieku.

Celem referatu jest omówienie listy 28 zadań konstrukcyjnych, umieszczonej w artykule *Beiträge für den Unterricht in der Geometrie* [*Przyczynki do nauczania geometrii*] O. Reichela (Thorn, 1866) oraz zaprezentowanie rozwiązań kilku wybranych zadań. Otto Reichel w latach 60-tych XIX wieku był nauczycielem matematyki w Gimnazjum Toruńskim.

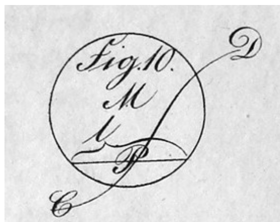
Gimnazjum Toruńskie było jedną z najstarszych szkół, znajdujących się na ziemiach polskich. Jego początki sięgały XVI wieku. Obecnie, jego sukcesorem jest I LO im. M. Kopernika w Toruniu. W czasach swojej działalności Gimnazjum przeżywało wzloty i upadki, uwarunkowane głównie przez zmieniającą się sytuację polityczną Torunia. Jednakże, z całą pewnością można powiedzieć, że było ono jedną z czołowych placówek edukacyjnych, najpierw Prus Królewskich, później Prus, a od 1920 roku – II Reczypospolitej. W I połowie XVIII wieku była to jedna z najlepszych szkół europejskich pod względem nauczania matematyki i astronomii. W XIX wieku poziom kształcenia matematycznego był tam bardzo wysoki.

Taki poziom kształcenia w Gimnazjum Toruńskim był możliwy m.in. dzięki temu, iż w szeregi uczniowskie Gimnazjum mieli wstęp jedynie uczniowie wykazujący zdolności ogólne (których wyznaczniki to przede wszystkim inteligencja i myślenie twórcze) albo zdolności specjalne (związane z określona dziedziną), również: zdolności matematyczne. Ponadto, kadrę pedagogiczną stanowili tam nauczyciele o możliwie najwyższych kwalifikacjach. Przykładowo, w roku szkolnym 1862/1863 na 22 nauczycieli 13 posiadało stopień naukowy doktora. Nauczyciele często byli wybitnymi dydaktykami i znawcami przedmiotów, które wykładali, np. w latach 1863-1894 nauczycielem matematyki w szkole toruńskiej był Maksymilian Curtze – uznany pruski historyk matematyki. Nauczyciele Gimnazjum prowadzili też często swoją własną działalność naukową. Przykładem jest tutaj wspomniany artykuł Otta Reichela. Zaprezentowane w nim zadania, wykraczające poza program wyznaczony przez władze oświatowe, uczniowie rozwiązywali na lekcjach matematyki, o czym świadczą zapisy w dzienniku lekcyjnym.

Przykładowe zadanie

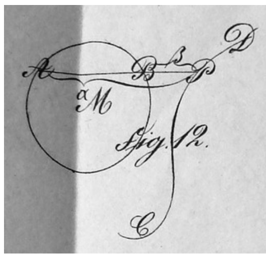
- o średnim stopniu trudności:

Zadanie. Dany jest okrąg *M* i krzywa *CD*. Znajdź na krzywej *CD* punkt *P* taki, że jest on środkiem cięciwy o danej długości *l*.



- o podwyższonym stopniu trudności:

Zadanie. Dany jest okrąg *M* i krzywa *CD*. Skonstruuj sieczną o danej długości α tak, aby jej zewnętrzna część miała daną długość β oraz, aby jej koniec *P* leżał na krzywej *CD*.



Andrzej Matraś

Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

matras@uwm.edu.pl

Prosta rzutowa nad pierścieniem $T_n(R)$

Przedstawiona zostanie struktura kraty ideałów pierścienia macierzy trójkątnych nad ciałem przemiennym $T_n(R)$,odpowiadające im moduły cykliczne i ich geometryczna realizacja.

Mark Pankov

Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

pankov@matman.uwm.edu.pl

Geometryczne przekształcenia logiki kwantowej

Logika kwantowa jest to krata złożona z podprzestrzeni domkniętych przestrzeni Hilberta, rolę negacji pełni ortogonalne dopełnienie. Zostaną opisane przekształcenia logiki kwantowej i związanych z nią grassmannianów zachowujące relację kompatybilności.

Krzysztof Petelczyc

Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet w Białymstoku

kryzpet@math.uwb.edu.pl

Afinizacja produktu Segre częściowych przestrzeni prostych

Pojęcie afinizacji ma swoje źródło w konstrukcji przestrzeni afinicznej z przestrzeni rzutowej. Afinizacja dowolnej częściowej przestrzeni prostych to usuwanie z niej hiperpłaszczyzny. W uzyskanym redukcie w naturalny sposób możemy zadać relację równoległości. Będziemy badać afiniczny redukt produktu Segre częściowych przestrzeni prostych. Należy zacząć od wyznaczenia postaci hiperpłaszczyzn w takim produkcie. Następnie zbadamy własności hiperpłaszczyzn, które będą korzystne z punktu widzenia afinizacji. W większości geometrii przypominających przestrzeń afiniczną (np. afinicznych przestrzeniach biegunowych, afinicznych przestrzeniach Grassmanna) równoległość daje się zdefiniować w terminach incydencji punkty-proste. Pokażemy, że w afinicznym redukcie produktu Segre również możemy to zrobić. Scharakteryzujemy grupę automorfizmów. Wyznaczymy założenia, przy których automorfizmy reduktu są obcięciami automorfizmów wyjściowej przestrzeni. Można zapytać, czy efekt afinizacji produktu jest taki sam jak produkt afinizacji składników. Okazuje się, oba przypadki różnią się jedynie relacją równoległości. Powstaje też pytanie: jak bardzo afiniczny jest redukt produktu Segre? Wykażemy, że jest on lokalnie afiniczny (daje się pokryć przestrzeniami afinicznymi) jeśli składniki produktu są Veblenowskimi przestrzeniami gamma, których proste są rzędu co najmniej 4.

Małgorzata Prażmowska

Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet w Białymstoku

malgpraz@math.uwb.edu.pl

Klasyfikacje grafów względem relacji lokalnego dopełniania

W referacie wprowadzamy i badamy klasyfikację grafów prostych ze względu na relację lokalnego dopełnienia (skądinąd, relacja ta, wprowadzona dawniej przeze mnie i służąca do klasyfikacji konfiguracji multiveblenowskich, jest analogonem relacji „lokalnego dopełnienia” grafów skierowanych znanej z literatury związanej z teorią sieci). W referacie formułujemy prostą indukcyjną względem n metodę zliczania (i wyznaczania) klas równoważności grafów o n wierzchołkach. W szczególności, pokazujemy, że istnieje dokładnie 16 takich typów grafów o 6 wierzchołkach. Uzyskujemy stąd, iż istnieje dokładnie 16 typów prostych konfiguracji multiveblenowskich o punktach stopnia 6, a także dostajemy jawny opis każdej z tych konfiguracji.

Krzysztof Prażmowski

Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet w Białymstoku

krzypraz@math.uwb.edu.pl

„Regularne” przestrzenie Grassmanna

Wiadomo, że w przestrzeni rzutowo metrycznej wyznaczonej przez formę symetryczną geometria incydencyjna zdefiniowana na zbiorze jej k-podprzestrzeni o trywialnym radykale (tzw. regularnych), z klasą pęków przyjętą jako rodzina bloków, pozwala scharakteryzować wyjściową geometrię rzutowo metryczną. W referacie pokazujemy, że geometrię rzutowo metryczną j/w można też zredefiniować w terminach struktury incydencyjnej zdefiniowanej na zbiorze jej k-podprzestrzeni regularnych w której bloki odpowiadają (k+1)-podprzestrzeniom regularnym a incydencją jest zawieranie.

Andreas Zastrow

Instytut Matematyki, Uniwersytet Gdański.

zastrow@mat.ug.edu.pl

Topologia algebraiczna nie-oswojonych przestrzeni

Probably two papers of Milnor, proposing to use the category of spaces homotopy equivalent to CW-complexes as a convenient category for algebraic topology ([1]), and his and Barratt's example of a two-dimensional space with a non-trivial singular homology group ([2]), have caused that the classes of spaces that are usually under consideration in general and in algebraic topology are really different. While spaces beyond the category of Milnor (henceforth called: ``non-tame spaces") where usually included when trying to phrase (e.g.) characterization theorems from general topology, the vast majority of results from algebraic topology were restricted either to ``tame" spaces (i.e. to spaces from the category proposed by Milnor in [1]), or were restricted to spaces satisfying local conditions (that are naturally satisfied by tame spaces), or to those types of algebraic invariants which are defined on that basis, that if spaces can in some sense be approximated by tame spaces, the limits of the algebraic invariants of the tame space are defined to become those of the non-tame limit-spaces. While the latter invariants have been proven to be useful in some situations, they have (of course), also a natural built-in disadvantage: They are never able to capture topological properties, that just change when passing from the tame approximating spaces to the non-tame limits. However, it has only rarely happened before the nineties, that mathematicians tried to shed light on what is going on with the most widely used algebraic invariants (the fundamental groups and singular homology groups) for spaces beyond Milnor's category. The talk will briefly describe the methods (a lot of them from geometric topology) that have been developed in the last 25 years for computing these algebraic invariants in some examples (e.g. [3; 4,Thm.1.6; 5]) and for understanding their behaviour, with the hope that one day algebraic topology will for non-tame spaces become an as useful and standard tool as it has been half a decade before already for tame spaces.

[1] Milnor, John: „On spaces having the homotopy type of a CW-complex”, Trans. Amer. Math. Soc., Vol. 90 (1959), 272-280;
[2] Barratt, M. G. & Milnor, John: „An example of anomalous singular homology”, Proc. Amer. Math. Soc., Vol. 13 (1962), 293-297;
[3] Eda, Katsuya & Kawamura, Kazuhiro: „The singular homology of the Hawaiian earring”, J. London Math. Soc. (2), Vol. 62 (2000), no. 1, 305-310;
[4] Eda, K., Karimov, U.H., Repovv s, D., Zastrow, A.: „On snake cones, alternating cones and related constructions” Glas. Mat. Ser. III, Vol. 48(68) (2013), no. 1, 115-135;
[5] Bogopolski, Oleg & Zastrow, Andreas:``An uncountable homology group, where each element is an infinite product of commutators", Topology Appl., Vol. 197 (2016), 167-180.

Mariusz Żynel

Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet w Białymstoku

mariusz@math.uwb.edu.pl

Afinizacja produktu Segre zanurzalnych przestrzeni Grassmanna: zastosowania i przykłady

Prezentacja jest kontynuacją prezentacji *Afinizacja produktu Segre częściowych przestrzeni prostych*. Skupiamy się tutaj na produkcie Segre *M*, którego składowymi są przestzrenie Grassmanna zanurzalne w przestrzenie rzutowe z intencją przedstawienia przykładów i pokazania zastosowań teorii rozwiniętej we wspomnianej prezentacji. Przedstawiamy ogólną konstrukcję hiperpłaszczyzny w produkcie *M*, której idea zaczerpnięta jest z charakteryzacji hiperpłaszczyzn w przestrzeniach Grassmanna. Kluczowym tutaj składnikiem jest forma wieloliniowa, a dokładniej forma μ kawałkami półliniowa i alternująca. Hiperpłaszczyznę H(μ) tworzą punkty produktu *M* ubijane przez formę μ. Jako *M* można wziąć produkt przestrzeni rzutowych, biegunowych, biegunowych przestrzeni Grassmanna lub ich kombinację. Pokazujemy, że przy pewnych założeniach w *M* istnieją hiperpłaszczyzny niezdegenerowane i flappy. Scharakteryzowane zostały hiperpłaszczyzny produktu Segre dwóch przestrzeni rzutowych. Kompletna charakteryzacją hiperpłaszczyzn w ogólnym przypadku jest poważnym wyzwaniem wartym realizacji.

Program Konferencji
X Północne Spotkania Geometryczne

29-30 czerwca 2016, Wydział Matematyki i Informatyki,
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

29 czerwca 2016, środa

8:50 – Otwarcie Konferencji

Sesja 1, 9:00-10:50

9:00-9:50 – Andreas Zastrow, Topologia algebraiczna nie-oswojonych przestrzeni.

9:55-10:45 – Bogusław Hajduk, SOFT v. HARD, CZYLI O METODZIE.

10:50-11:20 Przerwa na kawę/herbatę

Sesja 2, 11:20-12:50

11:20-11:45 – Krzysztof Prażmowski, „Regularne" przestrzenie Grassmanna.

11:50-12:15 – Mark Pankov, Geometryczne przekształcenia logiki kwantowej.

12:20-12:45 – (Prawdopodobnie**) Danuta Bombik** „Kilka uwag o rzucie zdegenerowanym i jego zastosowaniach"

12:50-14:50 Przerwa na obiad

Sesja 3, 14:50-15:50

14:50-15:15 – Waldemar Cieślak, O poryźmie Ponceleta.

15:20-15:45 – Karolina Karpińska, Geometria kół Otta Reichela – praca z uczniem zdolnym na lekcjach matematyki w Gimnazjum Toruńskim w II połowie XIX wieku.

15:50-16:20 Przerwa na kawę/herbatę

Sesja 4, 16:20-17:20

16:20-16:45 – Krzysztof Petelczyc, Afinizacja produktu Segre częściowych przestrzeni prostych.

16:50-17:20 – Mariusz Żynel, Afinizacja produktu Segre zanurzalnych przestrzeni Grassmanna: zastosowania i przykłady.

30 czerwca 2016, czwartek

Sesja 5, 9:00-10:00

9:00-9:25 – Małgorzata Prażmowska, Klasyfikacje grafów względem relacji lokalnego dopełniania.

9:30-9:55 – Adam Doliwa, Uogólnione funkcje quasi-symetryczne i geometryczny opis dualnej do nich algebry Hopfa.

10:00-10:20 Przerwa na kawę/herbatę

Sesja 6, 10:20-11:20

10:20-10:45 – Edyta Bartnicka, Graf relacji połączalności punktów prostej rzutowej nad pierścieniem skończonym łącznym z jedynką**.**

10:50-11:20 – Andrzej Matraś, Prosta rzutowa nad pierścieniem $T_n(R)$.