

Streszczenie

W rozprawie rozważamy wyłącznie proste rzutowe nad pierścieniami łącznymi z jedyneką. Celem pracy jest charakteryzacja prostych rzutowych nad pierścieniami skończonymi. Motywacją do naszych badań były prace, między innymi, Blunck i Havlicek'a. W pierwszym rozdziale przedstawiamy niezbędne wiadomości dotyczące grafów, pierścieni oraz grup.

W rozdziale drugim definiujemy prostą rzutową, relacje łączalności, równoległości i przylegania punktów prostej rzutowej oraz podajemy ich własności. Rozdział trzeci poświęcony jest problemowi opisu grafu łączalności $G(R, \Delta)$ punktów prostej rzutowej nad dowolnym pierścieniem R . Podajemy pełną charakterystykę grafu łączalności punktów prostej rzutowej nad pierścieniem macierzy dolno- lub górnotrójkątnych dowolnego skończonego wymiaru o współczynnikach z pierścienia z dzieleniem. Przedstawiamy też pełny opis izomorfizmów i automorfizmów zachowujących relacje łączalności i równoległości na prostej rzutowej nad dowolnym pierścieniem półprymarnym.

Rozdział czwarty dotyczy grafów łączalności punktów prostych rzutowych nad pierścieniami skończonymi. Ich opis opieramy na charakterystyce grafów łączalności $G(R, \Delta)$, gdzie pierścienie R są pierścieniami macierzy $M_n(q)$ o współczynnikach w ciałach skończonych rzędu q , jak również pierścieniami nierozkładalnymi, których rzędy są potęgami liczb pierwszych. W pierwszym przypadku podajemy opis klik maksymalnych grafu, w szczególności podziały zbioru wierzchołków grafu na sumę wierzchołkowo rozłącznych klik maksymalnych dla pierścienia macierzy $M_2(2)$. Klasyfikujemy grafy łączalności punktów prostych rzutowych nad pierścieniami nierozkładalnymi rzędu p^n dla dowolnej liczby pierwszej p i dowolnej liczby naturalnej $n \leq 5$.

Rozdział piąty zawiera wyniki dotyczące wolnych podmodułów cyklicznych. Dowodzimy, że w przypadku pierścieni półprostych oraz skończonych pierścieni przemiennych wszystkie wolne podmoduły cykliczne tworzą prostą rzutową. Wykazujemy też, że wolne podmoduły cykliczne modułu nad pierścieniem macierzy dolnotrójkątnych 3×3 o współczynnikach z ciała przemiennego leżą w pięciu orbitach działania pełnej grupy liniowej nad tym pierścieniem. Cztery z nich są zbiorami wolnych podmodułów cyklicznych generowanych przez pary oddalone. Badanie pierścieni, dla których istnieją nieunimodularne wolne podmoduły cykliczne sprowadzamy do badania pierścieni nierozkładalnych, których rzędy są potęgami liczb pierwszych. Prezentujemy klasyfikację wszystkich nierozkładalnych pierścieni rzędu p^n dla dowolnej liczby pierwszej p i dowolnej liczby naturalnej $n \leq 4$, dla których istnieją wolne podmoduły cykliczne generowane przez pary oddalone.

Słowa kluczowe: para dopuszczalna, para unimodularna, para oddalona, wolny podmoduł cykliczny, prosta rzutowa nad pierścieniem, Grassmannian, relacja łączalności, relacja równoległości, graf łączalności

Klasyfikacja Tematyczna Pracy: 05C25, 05C50, 13M99, 16L30, 51B99, 51C99, 51E25