Wojciech Zajączkowski
Instytut Matematyczny PAN
Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa

Recenzja pracy doktorskiej mgr Krzysztofa Żyjewskiego

pt.:" Nonlocal Robin problem for elliptic second order equations in a plane

with a boundary corner point .„

Przedstawiona do recenzji praca składa się ze wstępu i sześciu rozdziałów , bibliografii spisu treści oraz indeksu. Bibliografia zawiera 82 pozycje. Praca zawiera i-vi oraz 155 stron. Praca została napisana pod kierunkiem prof. M. Borsuka.

Praca dotyczy badania zachowania się słabych rozwiązań równań eliptycznych drugiego rzędu dla nielokalnego zagadnienia Robina w otoczeniu punktu kątowego w obszarze na płaszczyźnie. We wstępie został przedstawiony rys historyczny dotyczący teorii równań eliptycznych w obszarach z gładkim i niegładkim brzegiem. Omówione zostały równania zarówno liniowe jak i kwasiliniowe. Wyszczególnione jest badanie własności rozwiązań równań eliptycznych w zależności od gładkości współczynników. Najważniejsze są współczynniki przy części głównej operatorów. Autor tej rozprawy rozpatruje równania eliptyczne, gdzie współczynniki przy części głównej spełniają warunek Diniego. Ponadto jest przedstawiona historia badań nad problemami nielokalnymi. We wstępie są sformułowane rozpatrywane w pracy problemy : liniowy (L), kwasiliniowy(QL) oraz słabo kwasiliniowy (WQL).

W rozdziale drugim wprowadzone są przestrzenie funkcyjne użyte w pracy i lista symboli. W rozdziale trzecim autor rozważa nielokalne zagadnienie na wartości własne oraz wyprowadza potrzebną w dalszych rozdziałach nierówność typu Friedrichsa-Wirtingera. Ponadto w tym rozdziale wyprowadzone są nierówności różniczkowo-całkowe potrzebne do oszacowań lokalnej i globalnej całki Dirichleta jak i badania zachowania się rozwiązań i ich asymptotyki w pukcie wierzchołkowym rozpatrywanego obszaru.

Rozdział czwarty jest poświęcony zagadnieniu liniowemu (L). Wykorzystując techniki porównawcze otrzymuje się wstępne oszacowanie zachowania się rozwiązania w otoczeniu punktu wierzchołkowego. Stosując technikę DeGiorgi pokazuje się globalne ograniczenie rozwiązania. Zatem jest to zasada maksimum (Tw. 4.12). Następnie stosując technikę Mosera i technikę iteracyjną pierścieni Kondratiewa pokazano lokalną zasadę maksimum (Tw. 4.13). Dalej pokazano globalne całkowe oszacowania w przestrzeniach typu H^1 (Tw. 4.14 i 4.14). W podrozdziale 4.6 znaleziono asymptotykę zachowania się rozwiązań w zależności od postaci funkcji odległości od wierzchołka kąta. Funkcja ta jest potęgą odległości, gdzie wykładnik zależy od wartości własnej problemu na łuku kąta (problem (EVP)) oraz od pewnych norm prawych stron problemu (L). Mamy tutaj szereg twierdzeń dotyczących szczególnych przypadków zagadnienia liniowego (L). W Tw 4.17 jest założona ciągłość Diniego głównych współczynników. W Tw 4.18 i 4.19 nie ma założonej ciągłości Diniego, ale wtedy wyprowadzona asymptotyka jest słabsza (czyli potęgi odległości od wierzchołka są mniejsze). W Tw 4.20 i 4.21 oprócz warunku Diniego nałożone są dodatkowe ograniczenia na współczynniki rozpatrywanego układu oraz na samo rozwiązanie. W tym przypadku wykładniki w asymptotyce zmieniają się odpowiednio.

Rozdział piąty dotyczy badania zachowania się słabych rozwiązań problemu kwasiliniowego (QL). Stosując metody rozdziału czwartego autor znajduje asymptotykę rozwiązań problemu (QL) przy założeniu ograniczoności rozwiązań (Tw 5.3). Następnie w Tw 5.4 dowodzi ograniczoności rozwiązań stosując techniki DeGiorgi. Z koleji w Tw 5.5 pokazuje ograniczoność rozwiązań na brzegu rozpatrywanego obszaru. Użyta została metoda Mosera i pierścieni Kondratiewa. W Tw 5.6 wyprowadzono metodą energetyczną oszacowania całkowe dla rozwiązań problemu (QL). W Tw 5.7 wyprowadzono lokalne oszacowanie całkowe przedstawiające asymptotykę rozwiązań w zależności od potęgi odległości do wierzchołka, gdzie wykładnik potęgi zależy od wartości własnych problemu nieliniowego (QEVP). W podrozdziale 5.5 wykorzystując rezultaty podrozdziałów 5.3-5.4 przedstawiono dowód Tw 5.3. W rozdziale 5.6 policzono asymptotykę rozwiązań dla pewnego szczególnego problemu (QL).

W rozdziale szóstym rozpatrywany jest słabo-kwasiliniowe równanie (WQL). Otrzymano podobne rezultaty jak w poprzednim rozdziale. W przypadku, gdy część główna jest liniowa to asymptotyka pokrywa się z asymptotyką dla równania liniowego.

W Apendiksie przedstawione są potrzebne w pracy nierówności i twierdzenia o włożeniu Sobolewa.

Przedstawiona do recenzji rozprawa jest bardzo zaawansowaną pracą matematyczną. Zawiera szereg głębokich i ważnych twierdzeń teorii równań eliptycznych w obszarach płaskich z kątami. Znaleziona w pracy asymptotyka wymagała użycia zaawansowanych technik teorii równań różniczkowych cząstkowych takich jak teoria Mosera, DeGiorgi, techniki Kondratiewa. Ponadto wymagała użycia szeregu metod i nierówności związanych z wagowymi przestrzeniami Sobolewa. Autor wykazał się głęboką znajomością teorii równań różniczkowych cząstkowych, analizy fukcjonalnej oraz teorii przestrzeni wagowych.

Uważam zatem, że przedstawiona do recenzji praca znacznie przekracza wymagania stawiane pracom doktorskim. Zatem wnioskuję o dopuszczenie mgr Krzysztofa Żyjewskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Wnioskuję również o wyróżnienie pracy mgr K. Żyjewskiego.

Warszawa, 25.05.2012

Wojciech Zajączkowski